

非均匀介质中地震波衰减的分形描述

罗朝盛

汪富泉

(杭州应用工程技术学院计算中心 杭州 310012) (四川师范学院数学系)

摘 要 运用分形方法研究非均匀性介质中地震波的传播规律,给出了振幅随传播距离衰减的分形描述.

关键词 地震勘探 衰减 分形 分维

中图分类号 P315.3+1

利用波的动力学特点研究地层岩性是地震勘探的重要发展方向.目前就均匀各向同性介质(比如砂岩、页岩、灰岩可看作近似的均匀各向同性介质),国内外已做了大量工作,有的已获成功且用于生产.但实际的地层都是非均匀介质,比如碳酸盐岩,由于沉积环境,成岩和构造应力等作用,其断层、裂缝、孔隙或缝洞的分布呈现高度非规则性.其岩性并非均质的,岩石的弹性性质也不是各向同性的,甚至连一级近似也做不出来.例如川东丹凤场气田,其缝洞体在平面内的分布不规则,非均质性十分显著.用传统的数理方法来研究其地震波传播的动力学特征是不适合的.对这类结构,笔者建议采用分形和混沌动力学方法来描述地震波传播的动力学行为.笔者已用分形方法研究了碳酸盐岩中地震波的频谱特性,将研究结果用于川东丹凤场气田部分井位的气藏分析,取得了较好的效果,这里笔者主要讨论非均匀介质中波的扩散、振幅衰减的分形描述.

1 地震波的能量扩散与振幅衰减

地震波在传播过程中,其波形和振幅将受到地层岩性的影响,包括波前扩散,地层吸收,反射,透射等,这些因素主要影响波的振幅.此外,反射界面的弯曲和粗糙程度等也影响波的振幅.比如,地下凸界面使反射分散,振幅减弱,而凹界面有聚焦作用使振幅增强.界面的粗糙程度产生散射使振幅变弱.总之随着波传播距离增加,波的振幅衰减.

1.1 均匀介质地震波的振幅衰减

在均匀介质中,地震波为球面波.随着传播距离的增大,球面逐渐扩展,但总能量保持不变,因而单位面积上能量减小,它满足方程

$$\epsilon = \frac{E}{S} = \frac{E}{4\pi r^2} \quad (1)$$

式中 E 为地震波总能量, S 为时刻 t 的波前面积, r 为球面半径, ϵ 为单位面积上的能量. 设时刻 t 地震波的振幅为 A , 因为能量与振幅平方成正比, 则由(1)式得

$$A = \frac{c}{r} \quad (2)$$

式中 $c = E/4\pi$ 为常数. (2)式说明均匀介质中振幅与传播距离成反比, 即振幅按 $1/r$ 的规律衰减. 在非均匀介质中, 上述衰减规律就不成立了.

1.2 非均匀介质地震波的振幅衰减规律

在复杂岩性中, 介质极不规整, 极为破碎. 地下界面凸凹不平, 断层, 褶皱和裂缝纵横交错, 还有星罗密布的含油气或其它充填物的细小孔隙、孔洞和微裂缝. 这类结构可看作是分形的. 笔者对碳酸盐岩地区地震勘探资料的分析表明, 地震波相图的二维庞加莱(H. Poincaré)截面显示出奇异吸引子的几何结构, 表明碳酸盐岩介质是极不均匀的且具有分形结构. 在具有分形结构的介质中, 可将波前看成分形表面. 设表面分维为 D , 一般 D 是时间 t 和岩性参数 αk_0 的函数, k_0 表示波数, 即 $D = D(t, \alpha(k_0))$, 简记作 $D(\cdot)$. 它说明波前的粗糙度随时间和岩性而变化. 这一表面可用多变量的维尔斯特拉斯(K. Weierstrass)曼德尔布罗特(B. B. Mandelbrot)函数(简记 WM 函数)来描述.

$$W(r) = \sqrt{\frac{\ln r}{M}} \sum_{m=1}^M A_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} [1 - \exp(ik_0 \gamma^n r \cos(\theta - \alpha_m))] \exp(i\varphi_{n,m}) (k_0 \gamma^n)^{D(\cdot)-3} \quad (3)$$

式中 $r = r(\theta - \alpha)$, 为球面坐标向量, $r = |r|$, $\gamma > 1$ γ^n 表示频率, A_m 表示振幅, $\varphi_{n,m}$ 表示相位, α_m 表示断裂或褶皱的方向角. 令 $V(\rho)$ 表示 $W(r)$ 的均方增量, 即

$$V(\rho) = \langle |W(r + \rho) - W(r)|^2 \rangle \quad (4)$$

$V(\rho)$ 应是齐性的, 即

$$V(\rho) = \langle |W(\rho) - W(o)|^2 \rangle \quad (5)$$

而且 $V(\rho)$ 具有如下的标度性质

$$V(\gamma\rho) = \gamma^{2(3-D(\cdot))} V(\rho) \quad (6)$$

根据不同地区的岩层的参数特性, 选择适当的参数, 可用(3)式对地震波传播的波前面进行计算机模拟. (3)式中正规化因子 $\sqrt{\frac{\ln r}{M}}$ 使当 $r \rightarrow 1$ 且 $M \rightarrow \infty$ 时, $V(r)$ 的极限存在. 对每一个指标 m . 有一个对应曲面褶皱方向的角 $\alpha \setminus -m$, 这些角可以用确定性的方法选择, 也可以随机地选择, 比如选为 $[0, \pi]$ 之间均匀布的独立随机变量. 振幅 A_m 用确定性方法选取, 且振幅的变化表现了曲面的各向异性. 相位 $\varphi_{n,m}$ 可取成 $[0, 2\pi]$ 间均匀布的独立随机变量.

若相位 $\varphi_{n,m}$ 有规律地变化, 则当 $r \rightarrow 1$, 波向量密度充分大时, (3)可以用泊松求和公式表示. 对随机相位 $\varphi_{n,m}$, 可以将随机序列 $\exp(i\varphi_{n,m})$ 的谱表示与泊松公式结合起来, 由此可导出在此极限情形下, (3)式与多维分数布朗运动是一致的. 这表明在某些情形下, 波前与分数布朗运动有联系, 置

$$T_{n,m} = \sqrt{\frac{2}{m}} \exp(i\varphi_{n,m}) \quad (7)$$

$$R_{n,m} = \sum_{s=1}^S \frac{Q_{m,s} \exp(-inq_0 t_s)}{\sqrt{\langle s \rangle \langle M \rangle}} \quad (8)$$

这里随机变量 $Q_{m,s}$ 具有零均值和单位方差, S 和 M 是整数值泊松分布的随机变量, 均值分别为 $\langle S \rangle$, $\langle M \rangle$ $\{t_s: S=1, 2, \dots, S\}$ 是在 $[-\pi/q_0, \pi/q_0]$ 中均匀分布的无关随机变量. q_0 为波向量密度. 在 $\langle S \rangle, \langle M \rangle \rightarrow \infty$ 时, $R_{n,m}$ 和 $T_{n,m}$ 有相同特征函数, 若将(3)写作

$$\operatorname{Re} W(r) = \sum_{n,m} R_{n,m} Q_{m,n} \quad (9)$$

可以证明当 $A_m = 1$ 且 $\gamma \rightarrow 1$ 时, (3)的实部和虚部等价于

$$h(r) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M \sqrt{\frac{nq_0}{\langle M \rangle \langle S \rangle}} Q_{s,m} \{ -i \operatorname{sgn}(nq_0) \exp(-inq_0 t_s) \times [1 - \exp(inq_0 \gamma \cos(\theta - \alpha_m))] \} (nq_0)^{D(\cdot)-7/2} \quad (10)$$

运用泊松求和公式于(10)式得到可交换的离散表示

$$h(r) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M \sqrt{\frac{nq_0}{\langle M \rangle \langle S \rangle}} Q_{s,m} \{ \pi / [\sin(\frac{\pi}{2}(\frac{7}{2} - D)) \Gamma(\frac{7}{2} - D)] \} \times [\operatorname{sgn}(2\pi p/q_0 + t_s) |2\pi p/q_0 + t_s|^{5/2-D} - \operatorname{sgn}(2\pi p/q_0 + t_s + \gamma \cos(\theta - \alpha_m)) |2\pi p/q_0 + t_s + r \cos(\theta - \alpha_m)|^{5/2-D}] \quad (11)$$

式中为书写简便,已将 $D(\cdot)$ 简记作 D , 方程(11)在 $A_m = 1$ 和 $\gamma \rightarrow 1$ 的情形下,等价于(3). 对应曲面是形如 $\operatorname{sgn}(\chi) |\chi|^{5/2-D}$ 的跳跃的和, 跳跃量 $Q_{s,m}/(\langle M \rangle \langle S \rangle / q_0)^{1/2}$ 是独立随机变量, 其均方值的标度变化与每单位长的平均数 $\langle M \rangle \langle S \rangle / q_0$ 相反, 这恰是分数布朗运动的特征. 从形如的跳跃, 可给出分数布朗运动和普通布朗运动的区别. 众所周知, 对普通布朗运动, $D = 2.5$, 从(11)式可见, 这时的跳跃未相邻时刻结构上的差异, 而对分数布朗运动, $D \neq 2.5$, 跳跃具有长程作用. 这些跳跃可以用富里叶积分表示

$$\operatorname{sgn}(\chi) |\chi|^a = -\frac{i}{\pi} \sin(\frac{\pi}{2}(\alpha + 1)) \Gamma(\alpha + 1) \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} \operatorname{sgn}(\omega) |\omega|^{-\alpha-1} d\omega \quad (12)$$

式中 ω 表示圆频率.

用(3)和(11)来描述分形介质中的波前时, 从这两式可见, 维数是一个十分重要的量. 具有分维 D 的波前, 其面积(严格地为豪斯道夫测度)

$$S_f = ar^{D(\cdot)}. \quad (a \text{ 为常数}) \quad (13)$$

t 时刻单位面积(波前的一个分形子集的豪斯道夫测度)上的能量

$$\epsilon_f = \frac{E}{S_f} = cr^{-D(\cdot)} \quad (c \text{ 为常数}) \quad (14)$$

根据波动理论, 振幅 A_r 的衰减规律为

$$A_r = cr^{-D(\cdot)/2} \quad (15)$$

因为 $1 < D(\cdot) < 4$, 与(2)式比较知, 在非均匀介质中由扩散引起的振幅衰减是很复杂的, 实际地层纵横交错, 凹凸不平, 因此地震子波经凹面聚集在某处增强, 经凸面散射而减弱, 这与均匀介质情况有很大不同, 可能出现比在均匀介质中衰减慢或快. 这一结论与实际情况是吻合的. 如果只考虑通常的粘滞吸收, 得到具有分形结构的岩层中扩散与吸收对波的影响为:

$$A_r = A_0 e^{-\alpha(f)/r^{D(\cdot)/2}} \quad (16)$$

式中 $\alpha(f)$ 为粘滞吸收系数, 与地震波的频率有关. 一般 $D(\cdot)$ 随时间和岩性的改变而变化, 但在处理地震勘探的某些问题时, 只对勘探目的层感兴趣, 比如碳酸盐岩储集层. 而且对 CDP 记录是逐条处理的, 笔者假设在一条地震道的范围内扩散曲面随时间变化较小, 则对一条地震道, 可近似地看成常数, 记作 D .

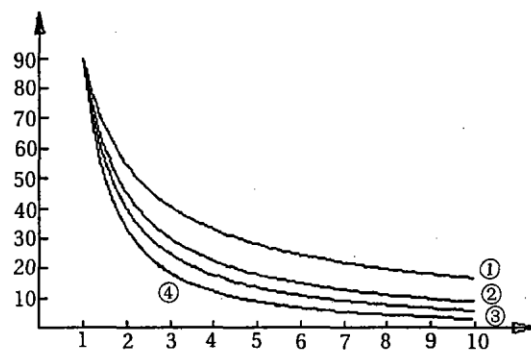
波形和振幅是地震波动力学的主要特征, 运用(16)式作波前扩散和吸收衰减的补偿(透射损失和反射系数随入射角的变化等这里未作讨论)消除非地下岩性和地质因素对反射波波形和振幅的影响, 可获取真正反映地下岩石波阻抗的资料.

2 计算结果

在文献^[2]中,笔者计算了川东丹凤场联井 2 测线 240 首叠偏时间剖面(60—300 道,剖面长约 12km)的分维 D . 下图是由(16)得到的 90 道、155 道和 210 道附近的衰减曲线.

从图 1 可以看出,不同地震道的衰减与它的分维有关,分维越大,衰减越快.是在一条测线上,分维 D 值随地震道不同呈现出非常复杂的变化,这一变化反映了介质变化的复杂性和非均质性.它表明分形的原理与方法在复杂地层的油气资源勘探和开发中有着重要意义.笔者认为,根据 CDP 记录求得每一道的分维 D ,由此可得地震波沿此地

震道的振幅衰减规律,再由每道地震波振幅随探距的变形化来重新构造地震勘探剖面图,可能会使地震资料 CDP 记录在的地层岩性解释方面提供新的用途.



- ①实际地震记录 210 道分维为 1.45
- ②均匀介质情况
- ③实际地震记录 90 道分维为 2.35
- ④实际地震记录 155 道分维为 2.85

图 1 CDP 记录的衰减曲线

参 考 文 献

- 1 际志文. 应用分形分维进行地震数据的压缩与恢复. 石油物探, 1992, 31(1): 1~7
- 2 汪富泉, 罗朝盛等. 关联维数在油气勘探中的应用. 中国海上油气(地质), 1992, 6(6): 61~67
- 3 董连科. 分形理论及应用. 沈阳: 辽宁科技出版社, 1991. 102~120
- 4 罗朝盛, 汪富泉. 用拟测井曲线重声测井曲线的算法及应用. 计算物理, 1998, 15(3): 363~366
- 5 汪富泉, 李后强. 分形几何与动力学系统. 哈尔滨: 黑龙江教育出版社, 1993. 60~78
- 6 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature. Freeman, 1982
- 7 Chhabra A, Jensen R V. Wavelet transform of fractal aggregates. Phys. Rev. 1989, 62: 327~336

The fractal description of the attenuation seismic wave in nonuniformity medium

Luo Chaosheng

(Computer center of Hangzhou Institute of Applied Engineering, Hangzhou 310012)

Abstract By using the fractal method, the paper studies the propagation mechanism of seismic wave in the nonuniformity medium. It gives the fractal description of seismic amplitude attenuation.

Key words seismic prospecting attenuation fractal fractal dimensions