

一个切换多涡卷混沌系统的研究及其电路仿真

周武杰^{1,2}, 翁剑枫¹, 周 扬¹

(1. 浙江科技学院 信息与工程学院, 杭州 310023; 2. 宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

摘 要: 利用非线性函数切换的方法, 提出了一个新的多涡卷混沌系统; 并且分析了该系统的平衡点、分岔图和 Lyapunov 指数等动力学特性, 采用 Multisim 电路仿真软件设计了可实现该切换混沌系统的仿真电路。理论分析、计算机仿真和电路仿真结果证实了该方法的可行性。

关键词: 混沌; 多涡卷混沌吸引子; 电路仿真; 切换

中图分类号: TN911; O415.5

文献标志码: A

文章编号: 1671-8798(2011)01-0020-05

Study and circuit simulation of swithable mutil-scroll chaotic system

ZHOU Wu-jie^{1,2}, WENG Jian-feng¹, ZHOU Yang¹

(1. School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China; 2. Faculty of Information Science and Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: A novel mutil-scroll chaotic system is proposed though swithching nonlinear function. We analyze the system's equilibrium point, bifurcation diagram and Lyapunov exponent, and design circuit of switchable chaotic system by Multisim software of circuit simulation. Theory analysis and the results of computer simulation and circuit simulation show that the system is feasible.

Key words: chaos; mutil-scroll chaotic attractors; circuit simulation; swithable

混沌在数学、信息科学及其他工程领域获得了国内外广泛的重视, 成为了非线性学科的一个热点课题^[1-3]。近 20 年来, 国内外在这一领域的研究已经取得了许多重要的成果, 并提出了能产生混沌与多涡卷混沌吸引子的多种方法^[4-7]。可切换混沌系统具有更复杂的动力性行为, 在混沌保密通信有着广泛的应用。文献[8]构建了一类可切换的三维自治混沌系统, 文献[9]构建了一类关联且有多种切换方式的四维超混沌系统, Lü 和 Zheng 分别提出了利用系统分段线性函数的切换^[10-11], 对系统实施反混沌控制; 以上都是在单涡卷或双涡卷混沌系统中的切换, 而在多涡卷混沌系统之间切换的相关报道较为罕见。

笔者在文献[12]提出的新混沌系统基础上, 结合文献[8-11]的构建方法, 提出了一个新的多涡卷混沌

收稿日期: 2010-07-20

作者简介: 周武杰(1983—), 男, 浙江台州人, 助教, 博士研究生, 主要从事非线性系统的分析、多媒体信号处理的研究。

系统,对新的混沌系统进行了特性分析,并设计了一个实际可行的电路,通过开关选择器的切换,可以观察到2种多涡卷混沌吸引子。

1 系统构成与特性分析

1.1 切换多涡卷混沌系统的提出和计算机仿真

文献[12]提出的混沌系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = \beta y - x - \alpha f(x) \\ \dot{y} = \beta x - \gamma z \\ \dot{z} = \epsilon y - z \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\alpha = 4.2, \beta = 6.7, \gamma = 4.0, \epsilon$ 为控制参数, $f(x)$ 为分段非线性函数, 当 $\epsilon = 13, f(x) = x - \sum_{n=1}^N \text{sgn}[x + (2n-1)] - \sum_{n=1}^N \text{sgn}[x - (2n-1)]$, n 取3时, 可产生7涡卷混沌吸引子; 当 $\epsilon = 12.5, f(x) = x - \sum_{n=0}^N \text{sgn}(x + 2n) - \sum_{n=1}^N \text{sgn}(x - 2n)$, n 取4时, 可产生8涡卷混沌吸引子。

在式(1)的基础上, 利用系统分段非线性函数的切换方法, 得到一个切换多涡卷混沌系统。该系统的数学表达式为

$$\begin{cases} \dot{x} = y - \alpha z - \beta f(z) \\ \dot{y} = x - z \\ \dot{z} = \gamma y - \epsilon z \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\alpha = 0.122, \beta = 0.21, \epsilon = 0.2, \gamma$ 为控制参数, $f(z)$ 为分段非线性函数, 非线性函数可以为三角函数、锯齿函数、时滞函数, 本文以锯齿函数为例进行分析。

为使式(2)产生奇数个多涡卷混沌吸引子, 构造非线性函数 $f(z) = f_1(z)$, 其一般数学表达式为

$$f_1(z) = z - \sum_{n=1}^N \text{sgn}[z + (2n-1)] - \sum_{n=1}^N \text{sgn}[z - (2n-1)] \quad (3)$$

当 $n = 2, \gamma = 1.65$ 时, 对式(2)和式(3)进行计算机仿真, 得到5涡卷混沌吸引子如图1(a)所示。

为使式(2)产生偶数个多涡卷混沌吸引子, 构造非线性函数 $f(z) = f_2(z)$, 其一般数学表达式为

$$f_2(z) = z - \sum_{n=0}^N \text{sgn}[z + 2n] - \sum_{n=1}^N \text{sgn}[z - 2n] \quad (4)$$

当 $n = 2, \gamma = 1.65$ 时, 对式(2)和式(3)进行计算机仿真, 得到6涡卷混沌吸引子如图1(b)所示。

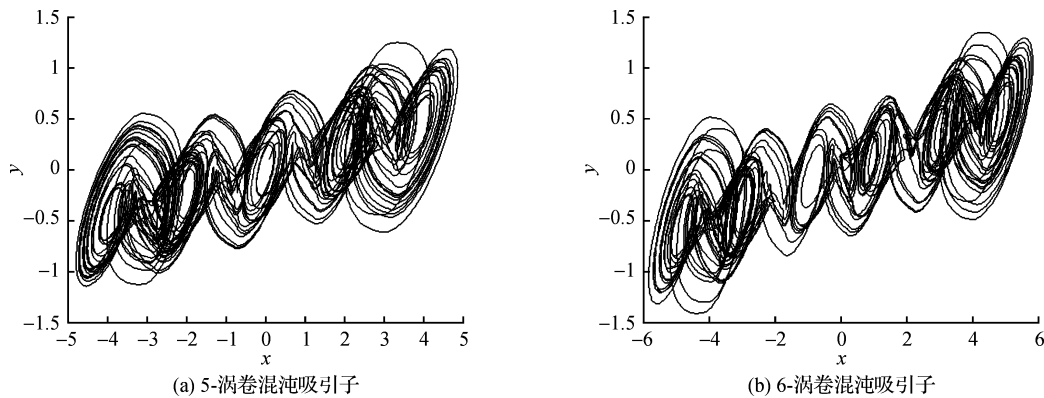


图1 5涡卷和6涡卷混沌吸引子

Fig. 1 5-scroll and 6-scroll chaotic attractors

1.2 新系统动力学行为的分析

令式(2) $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$, 得到系统的平衡点的方程为

$$\begin{cases} f(z) = (y - \alpha z)/\beta \\ x = z \\ y = z\varepsilon/\gamma \end{cases} \quad (5)$$

对式(3)和式(5)方程的平衡点进行分析,得系统的平衡点为 $P_{2n-1}^o = (0, 0, 0)$ 和 $P_{2n-1}^{\pm} = \left(\pm \frac{\beta(2n-1)}{\beta + \alpha - \varepsilon/\gamma}, \pm \frac{\varepsilon\beta(2n-1)}{\gamma\beta + \gamma\alpha - \varepsilon}, \pm \frac{\beta(2n-1)}{\beta + \alpha - \varepsilon/\gamma} \right)$, 其中 $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

对式(4)和式(5)方程的平衡点进行分析,得系统的平衡点为 $P_{2n}^o = (0, 0, 0)$ 和 $P_{2n}^{\pm} = \left(\pm \frac{2n\beta}{\beta + \alpha - \varepsilon/\gamma}, \pm \frac{2n\varepsilon\beta}{\gamma\beta + \gamma\alpha - \varepsilon}, \pm \frac{2n\beta}{\beta + \alpha - \varepsilon/\gamma} \right)$, 其中 $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

平衡点 P 对应的 Jacobin 矩阵为

$$J(P_{2n-1}^{\pm}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\alpha - \beta f'(z) \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \gamma & -\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\alpha - \beta \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \gamma & -\varepsilon \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)的特征方程为

$$\lambda^3 + \lambda^2\varepsilon - (\alpha + \beta)\gamma + \varepsilon = 0 \quad (7)$$

式(7)中 $\alpha = 0.122, \beta = 0.21, \varepsilon = 0.2, \gamma = 1.65$, 求得特征值为 $\lambda = -0.4543$ 或 $0.1272 \pm 0.8657i$ 满足 Shilnikov 定理。

1.3 新系统的分岔图和 Lyapunov 指数

以 5 涡卷和 6 涡卷混度系统为例,对系统进行分析。随着参数 γ 的变化,系统从倍周期分岔进入混沌状态。因此, γ 是生产多涡卷混沌吸引子的重要参数。一般参数的取值范围为 $\gamma = 1.5 \sim 2.3$ 。图 2 为新系统的分岔图和最大 Lyapunov 指数图。

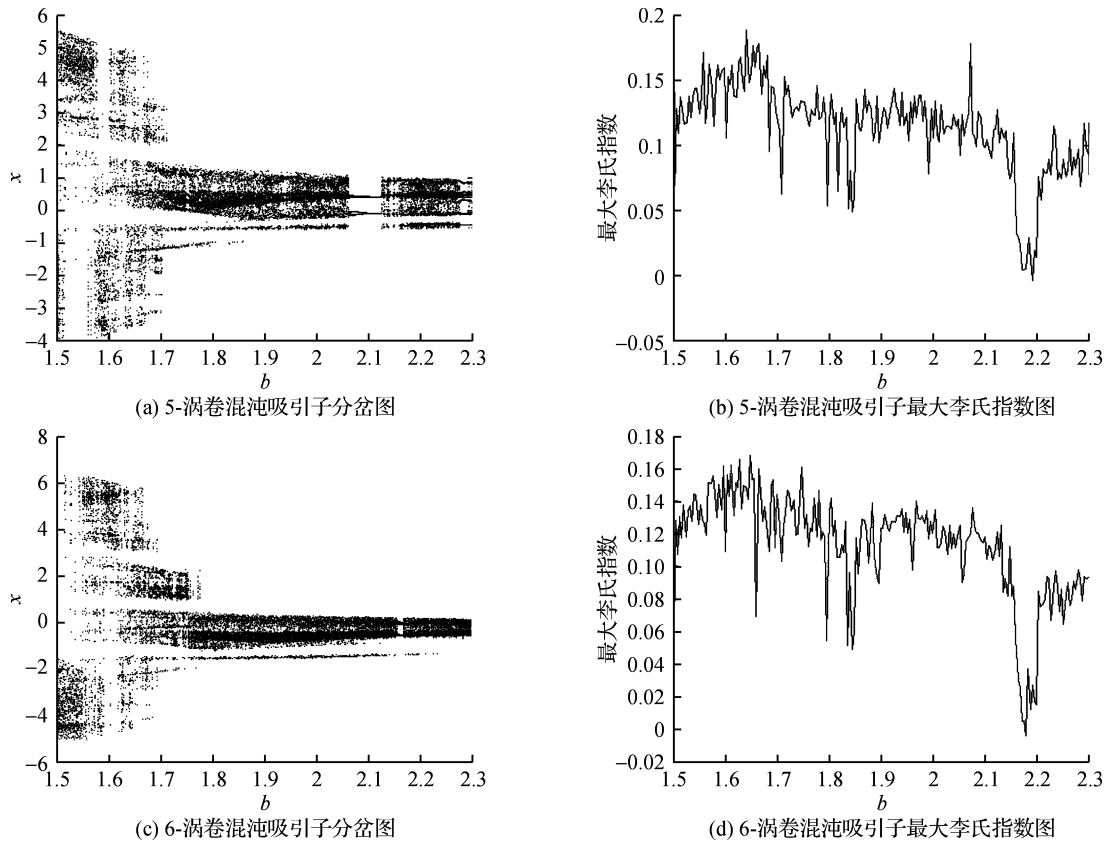


图 2 分岔图和李氏指数

Fig. 2 Bifurcation diagram and Lyapunov exponent

2 电路的分析及设计

基于上述用切换非线性函数产生多涡卷混沌吸引子的工作原理。根据式(1)~(4),可设计多涡卷混沌吸引子的电路如图3~4所示。当开关 K_{11} 打到2处,调节电阻参数可得式(1)混沌系统,当开关 K_{11} 打到1处,调节电阻参数可得式(2)混沌系统。

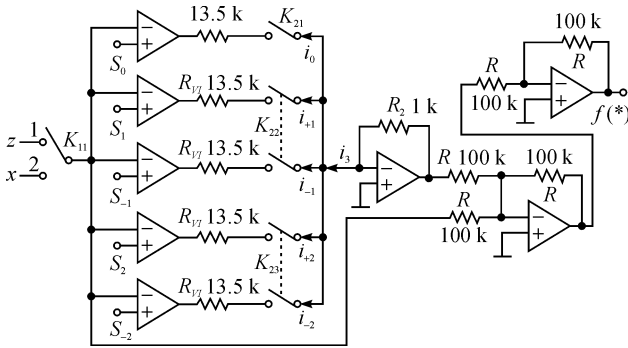


图3 锯齿函数序列的电路图

Fig. 3 The circuit diagram of sawtooth function sequence

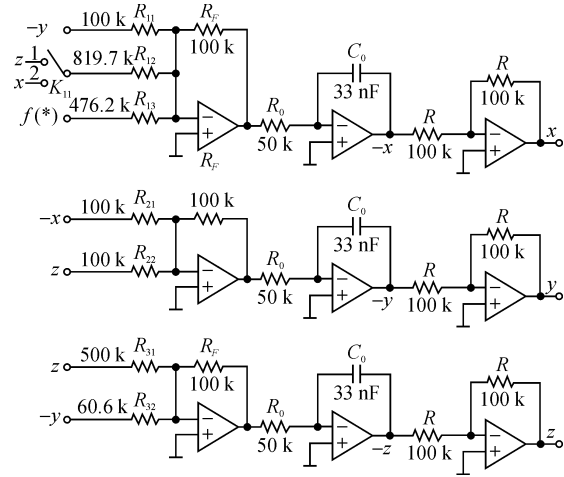


图4 多涡卷混沌吸引子电路图

Fig. 4 The circuit diagram of multi-scroll chaotic attractors

根据式(3)和式(4)的有关参数,设计了锯齿函数序列的电路如图3所示。它由4部分构成:反向比较器、压缩器、反向器和反向加法器。由图3可得由锯齿函数序列所产生的总电流 i_3 为

$$i_3 = K_{21}i_0 + K_{22}(i_1 + i_{-1}) + K_{23}(i_2 + i_{-2}) =$$

$$\frac{V_{sat}}{R_{V1}} \{ K_{21} \text{sgn}(z) + K_{22} [\text{sgn}(z - S_1) + \text{sgn}(z - S_{-1})] + K_{23} [\text{sgn}(z - S_2) + \text{sgn}(z - S_{-2})] \} \quad (8)$$

式(8)中 $S_0, S_{-1}, S_1, S_{-2}, S_2$ 为比较器的比较电压, $|V_{sat}|$ 为运算放大器的输出饱和电压值13.5 V, K_{21}, K_{22}, K_{23} 为联动开关。当联动开关处于不同的状态,可以产生具有偶数个或奇数个涡卷的多涡卷混沌吸引子。

对式(1)和式(2)的状态方程进行电路整体的设计,整个电路由反相加法器、积分器和反相器三大模块构成,电路结构对称。令 $\tau = t/(R_0 C_0)$,其中 $1/R_0 C_0$ 为时间尺度变换因子,同时也是图4中积分器的积分常数。

3 仿真实验结果

根据图3~4所示的电路图和参数,采用美国国家仪器(NI)有限公司的Multisim电路仿真软件进行硬件仿真实验,硬件仿真结果如图5所示。

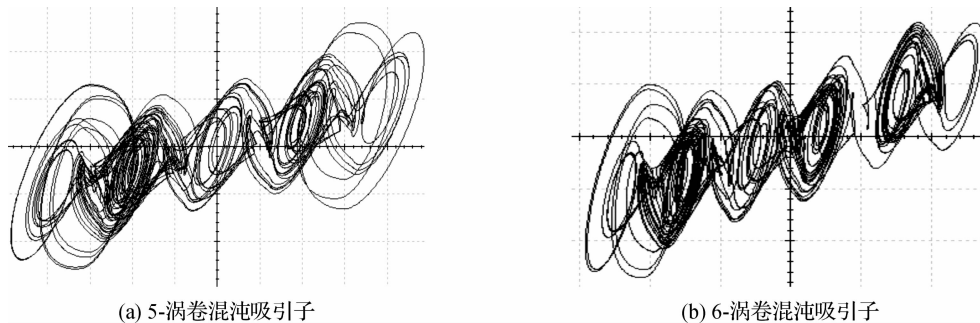


图5 产生混沌吸引子的硬件仿真结果

Fig. 5 Hardware simulation results of causing chaotic attractors

当开关 K_{22} 和 K_{23} 闭合, K_{21} 打开, K_{11} 打到 1 处, $S_{-1} = -1 \text{ V}$, $S_{+1} = +1 \text{ V}$, $S_{-2} = -3 \text{ V}$, $S_2 = 3 \text{ V}$, 可产生 5 涡卷混沌吸引子, 硬件仿真结果如图 5(a) 所示; 当开关 K_{21} 、 K_{22} 、 K_{23} 闭合, K_{11} 打到 1 处, $S_{-1} = -2 \text{ V}$, $S_{+1} = +2 \text{ V}$, $S_{-2} = -4 \text{ V}$, $S_2 = 4 \text{ V}$, 可产生 6 涡卷混沌吸引子, 见图 5(b)。

4 结 语

通过非线性函数的切换, 提出了一个新的多涡卷混沌吸引子的构造方法, 该方法具有一定的普适性。计算机数值模拟和电路仿真实验结果, 证实了这一方案的可行性。系统间切换方便, 变化多样, 是原来混沌系统的补充和扩展。系统各相平面的混沌吸引子差异较大, 涡卷的个数可控, 从而提高了对系统预测重构的难度, 实现这类系统切换混沌同步和基于这类系统切换混沌同步的保密通信, 具有广阔的应用前景和使用价值。

参考文献:

- [1] ARGYRIS A, SYVRIDIS D, LARGER L, et al. Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links[J]. *Nature*, 2005, 438(17): 343-346.
- [2] ZHANG Zhong, CHEN G, YU Si-min. Hyperchaotic signal generation via DSP for efficient perturbations to liquid mixing[J]. *Int J Circuit Theory and Applications*, 2009, 37(1): 31-41.
- [3] 周武杰, 禹思敏. 基于 IEEE-754 标准和现场可编程门阵列技术的混沌产生器设计与实现[J]. *物理学报*, 2008, 57(8): 4738-4747.
- [4] SUYKENS J A K, VANDEWALLE J. Generation of n -double scrolls ($n=1, 2, 3, 4, \dots$) [J]. *IEEE Trans Circuits Syst (part-I)*, 1993, 40(11): 861-867.
- [5] YALCIN M E, SUYKENS J A K, VANDEWALLE J. Experimental confirmation of 3-and 5-scroll attractors from a generalized Chua's circuit[J]. *IEEE Trans Circuits Syst (part-I)*, 2000, 47(3): 425-429.
- [6] TANG W K S, ZHONG G Q, CHEN G, et al. Generation of N -scroll attractors via sine function[J]. *IEEE Trans Circuits Syst (part-I)*, 2001, 48(11): 1369-1372.
- [7] 周武杰, 禹思敏, 徐伟. $n \times m$ 涡卷混沌吸引子的研究及硬件实现[J]. *量子电子学报*, 2009, 26(6): 715-721.
- [8] 刘扬正, 姜长生, 林长圣, 等. 一类切换混沌系统的实现[J]. *物理学报*, 2007, 56(6): 3107-3112.
- [9] 刘扬正, 姜长生, 林长圣. 一类四维混沌系统切换混沌同步[J]. *物理学报*, 2007, 56(2): 707-712.
- [10] LÜ J H, YU X H, CHEN G R. Switching control for multi-scroll chaos generation: an overview[J]. *IEEE Trans Circuits Syst (part-I)*, 2003, 50(9): 420-428.
- [11] ZHENG Z H, LÜ J H, CHEN G R, et al. Generating two simultaneously chaotic attractors with a switching piecewise-linear controller[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2004, 20(2): 277-288.
- [12] ZHANG C X, YU S M. Design and implementation of a novel multi-scroll chaotic system[J]. *Chinese Physics B*, 2009, 18(1): 119-130.