

# 厌氧反应器停留时间分布测定及流动模型研究

张良全,徐 晖

(浙江科技学院 生物与化学工程学院,杭州 310023)

**摘 要:** 应用脉冲输入法对厌氧反应器进行了冷模试验,测定了电导率随时间的变化关系,建立了一个PFR串联两个并联的CSTR的三参数流动模型,依据实验数据计算了模型参数,获得了 $E(t)-t$ 方程,并与实验值进行了比较,证明两者具有较好的拟合度。

**关键词:** 厌氧反应器;停留时间分布;流动模型

中图分类号: X703.3

文献标志码: A

文章编号: 1671-8798(2012)06-0481-07

## Study on measurement of residence time distribution and flow model for anaerobic reactor

ZHANG Liang-quan, XU Hui

(School of Biological and Chemical Engineering, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** The pulse inputting method is applied to test of the anaerobic reactors in cold condition, which determines the changes of conductivity with time. A three parameters model including a PFR series and two parallel CSTR is set up. Based on experimental data, we calculate the model parameters and acquire  $E(t)-t$  equation, which is compared with the experimental values. The results show that they have good fitting degree.

**Key words:** anaerobic reactors; residence time distribution; flow model

高效厌氧反应器运行必须具备两个基本前提条件<sup>[1-2]</sup>:一是强有力的微生物固体截留能力,厌氧反应器运行过程中活性污泥高度颗粒化,使得大量微生物菌群能够附着其上,提高了微生物分布密度,促进了复杂有机物的快速转化和产物甲烷的快速生成;二是良好的水力混合条件,厌氧反应器通过构造上的改进,其中废水流动大多呈平推流与完全混合流相结合的复合型流态,从而延长了废水在反应器内的流动途径,泥水两相能够实现良好的接触。

收稿日期: 2012-07-10

基金项目: 浙江省科技计划项目(2009C32084)

作者简介: 张良全(1965—),男,安徽省铜陵人,教授,博士,主要从事化学反应工程研究。

当前,对微生物反应机理及其相关模型研究<sup>[3-6]</sup>较多,但对反应器中废水的流动状态研究则十分稀少,尤其是反应过程中气体甲烷、二氧化碳的产生,将极大地影响着废液流动型态,进而影响到反应结果,相关研究迄今未见文献报道。笔者在研究污泥颗粒流化特性的基础上<sup>[7]</sup>为考察液相流动过程对微生物反应过程的影响,通过对实际反应器中液相停留时间的冷模测定,研究了不同气体流量下反应器流动状况的变化,并在此基础上建立了废水的流动组合模型,依据实验数据测定了模型参数,为下一步的反应器模拟与优化打下了基础。

1 冷模试验装置

1.1 蠕动泵的标定

实验所用蠕动泵,由于泵上显示的是其转数,因此实验之前必须对泵进行标定,以获得转数与流量之间的关系,结果见图 1。

对实验数据进行回归,获得泵的流量与转数之间关系如下:

$$V = 0.29N - 12.8$$

式中:V— 流量,L/h;N— 泵转数,r/min。

由数据相关性 R 值可知,流量与转数之间具有较好的线性关系。

1.2 工艺流程

以水为工作介质进行冷模实验,工艺流程示意图 2。由进水罐 1 加水至一定高度,开启蠕动泵 2,保持一定流量,流量计安装在泵出口处;同时开启气泵 3,气泵流量由安装在泵出口处的气体流量计检测。水从下而上流过反应器,反应器上部有一气液分离装置,气体导入集气箱 5,液体则在分离器上部出口处排出,液体出口处安装一电导仪,通过检测出口液体的电导率而推导出浓度的高低。

当气液两相流动达到稳定后,在进水罐上方快速加入一定量的示踪剂,同时计时,间隔一定时间,于反应器出口处记录下水的电导率随时间的变化。

改变气体流量,重复以上过程。

实验过程所用仪器如表 1 所示。

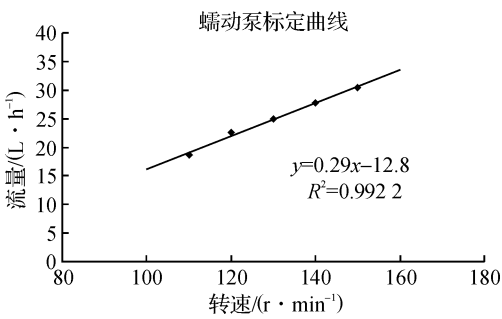
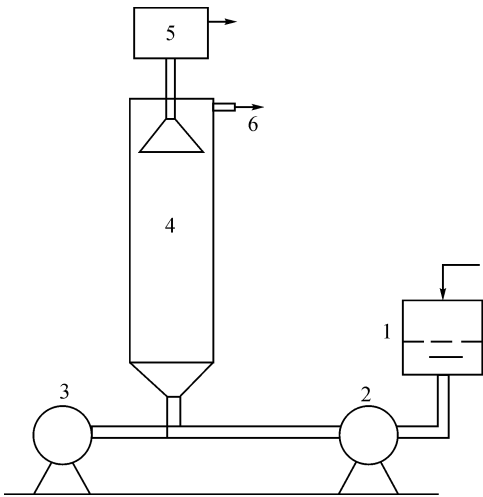


图 1 蠕动泵标定曲线

Fig. 1 Calibration curve of peristaltic pump



1—进水罐国;—蠕动泵;3—气泵;  
4—反应器;5—集气箱;6—出水口

图 2 工艺流程示意图

Fig. 2 Flow chart

表 1 实验仪器

Table 1 Experimental apparatus

名称	型号	来源
外循环厌氧反应器	高,100 cm;内径,22 cm;外径,28 cm	自制
蠕动泵	BT01-YZ1515	天津市协达电子有限公司
电子天平	FA1104N	上海菁海仪器有限公司
气相色谱仪	GC-1690B	杭州科晓化工仪器设备有限公司
流量计	LZB-6	四联余姚联营公司

2 流体流动模型建立

对反应器流动状况作出假设:示踪物为瞬间进料;反应器中气体流量恒定不变,且均匀上升;进料清

水流量亦恒定不变。

通过对实验数据进行分析,观察  $E(t)-t$  曲线,假设厌氧反应器流动型态可由一平推流反应器与两个并联的全混釜反应器进行串联组成,模型示意图如图 3 所示。

说明:设反应器总体积为  $V_R$ ,  $V_R$  等于模型中各反应器体积  $V_{Ri}$  之和,两个 CSTR 的体积分率分别为  $f_1$ 、 $f_2$ ,总流量为  $v_0$ ,流经 CSTR1 的流量分率为  $I$ ,CSTR1、CSTR2 反应器的出口浓度分别为  $C_{A1}$ 、 $C_{A2}$ ,出口总浓度为  $C_A$ 。

设 PFR 的体积分率为  $f_3$ ,则:

$$f_3 = 1 - f_1 - f_2$$

当  $t = 0$  时,在 PFR 反应器入口处,用蠕动泵脉冲输入质量为  $M$  的饱和示踪剂溶液。

对 PFR:

$$\begin{aligned} V_{RP} &= (1 - f_1 - f_2)V_R \\ \bar{t}_p &= V_{RP}/v_0 = \frac{(1 - f_1 - f_2)V_R}{v_0} \end{aligned}$$

式中:  $V_{RP}$ —PFR 的体积;  $\bar{t}_p$ —PFR 的平均停留时间。

对 CSTR1 进行物料衡算,求取 CSTR1 出口浓度  $C_{A1}$ :

当  $t < \bar{t}_p$  时,由于示踪剂仍在 PFR 中,对 CSTR1,  $C_{A1} = 0$ 。

当  $t \geq \bar{t}_p$  时,对 CSTR1 作物料衡算:

根据输入量 = 输出量 + 累计量

$$\begin{aligned} 0 &= Iv_0C_{A1} + \frac{d(f_1V_R C_{A1})}{dt} \\ \bar{t}_1 &= \frac{f_1V_R}{Iv_0} \end{aligned}$$

$\bar{t}_1$  为 CSTR1 的平均停留时间。

$$\begin{cases} C_{A1} = -\frac{V_R f_1 d(C_{A1})}{Iv_0 dt} = -\bar{t}_1 \frac{d(C_{A1})}{dt} \\ t = \bar{t}_p \quad C_{A1} = \frac{IM}{f_1 v_{R1}} = \frac{C_0}{\bar{t}_1} \end{cases}$$

式中:  $C_0 = \frac{M}{v_0}$

求解该方程,得:  $C_{A1} = \frac{C_0}{\bar{t}_1} e^{(\bar{t}_p - t)/\bar{t}_1} \quad t \geq \bar{t}_p$

同理,对 CSTR2 进行物料衡算,可求取 CSTR2 出口浓度  $C_{A2}$ :

当  $t < \bar{t}_p$  时,由于 CSTR2 中无示踪剂,故:  $C_{A2} = 0$

当  $t \geq \bar{t}_p$  时,对 CSTR2 作物料衡算,可得:

$$C_{A2} = \frac{C_0}{\bar{t}_2} e^{(\bar{t}_p - t)/\bar{t}_2} \quad t \geq \bar{t}_p$$

式中:  $\bar{t}_2 = \frac{f_2 V_R}{(1 - I)v_0}$ , CSTR2 的平均停留时间。

最后,对 CSTR1 和 CSTR2 出口处作物料衡算,由于该处进行的是混合过程,则:

当  $t < \bar{t}_p$  时,  $C_A = 0$ 。

当  $t \geq \bar{t}_p$  时,  $C_A = IC_{A1} + (1 - I)C_{A2}$

停留时间分布密度函数  $E(t)$  的求取:

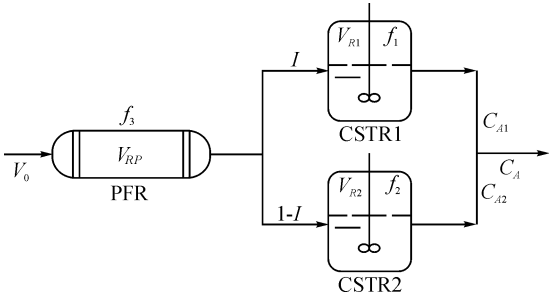


图 3 反应器流动模型组合示意图

Fig. 3 Schematic diagram of reactor combination of flow model

$$E(t) = \frac{C_A}{C_0}$$

当  $t < \bar{t}_p$  时,  $E(t) = 0$ 。

当  $t \geq \bar{t}_p$  时,  $E(t) = \frac{I}{t_1}e^{-(\frac{t-\bar{t}_p}{t_1})} + \frac{(1-I)}{\bar{t}_2}e^{-(\frac{t-\bar{t}_p}{\bar{t}_2})}$

最后:  $E(t) = \frac{f^2}{f_1 t}e^{-(\frac{t-\bar{t}_p}{f_1 t})^I} + \frac{(1-I)^2}{(1-f_3-f_1)t} = e^{-(\frac{t-\bar{t}_p}{(1-f_3-f_1)t})^{(1-I)}}$

对模型求解转化为求解一个三参数  $I$ 、 $f_1$ 、 $f_3$  的  $E(t)$  方程,式中 $\bar{t}_p$ 不是独立的。

3 实验结果及模型参数求解

3.1 实验数据

实验在常温下进行,在恒定的液体流量下,当气体流量不同时,分别测定出口电导率,测定部分结果见表 2。

表 2 实验数据

Table 2 Experimental data

时间/ min	电导率/ (mS·m <sup>-1</sup> )	气体流量/ (mL·min <sup>-1</sup> )	时间/ min	电导率/ (mS·m <sup>-1</sup> )	气体流量/ (mL·min <sup>-1</sup> )	时间/ min	电导率/ (mS·m <sup>-1</sup> )	气体流量/ (mL·min <sup>-1</sup> )
0	0.00	0	0	0.00	28	0	0.00	43
10	0.00	0	10	0.30	24	10	0.93	40
20	0.00	0	20	1.51	22	20	3.90	41
30	0.00	0	30	3.40	22	30	5.80	40
40	0.00	0	40	5.35	21	40	5.55	39
50	0.00	0	50	5.45	21	50	4.91	39
60	0.00	0	60	4.88	21	60	4.31	39
70	0.36	0	70	4.39	23	70	3.97	37
75	6.67	0	80	3.90	23	80	3.54	36
80	6.40	0	90	3.49	24	90	3.14	36
90	5.77	0	100	3.05	24	100	2.79	36
100	5.15	0	110	2.72	26	110	2.19	36
110	4.53	0	120	2.42	26	120	2.21	36
120	4.01	0	130	2.16	27	130	1.94	36
130	3.51	0	140	1.89	27	140	1.71	37
140	3.13	0	150	1.66	27	150	1.51	38
150	2.74	0	160	1.47	27	160	1.32	37
160	2.41	0	170	1.27	28	170	1.17	37
180	1.85	0	180	1.13	27	180	1.03	38
200	1.42	0	190	0.99	26	190	0.89	39
220	1.07	0	200	0.85	27	200	0.78	40
240	0.81	0	220	0.65	26	220	0.59	40
260	0.61	0	240	0.48	27	240	0.45	40
280	0.44	0	260	0.35	27	260	0.33	40
300	0.30	0	280	0.26	28	280	0.24	40
320	0.17	0	300	0.19	27	300	0.17	39
340	0.07	0	320	0.11	29	320	0.12	39
360	0.02	0	340	0.07	27	340	0.05	39
380	0.00	0	360	0.03	29	360	0.01	40
400	0.00	0	380	0.00	27	380	0.00	40

对三个气体流量求取平均值,分别为 0、25、38 mL/min。

3.2 非线性最小二乘法求解模型参数

模型采用最小二乘法拟合  $E(t)$  方程,进而求得模型参数  $I, f_1, f_2$ , 目标函数设立为:

$$Q = \sum_{k=1}^n (E(t)_{\text{exp}} - E(t)_{\text{cal}})^2$$

式中: $Q$ —残差; $E(t)_{\text{exp}}$ —实验值; $E(t)_{\text{cal}}$ —计算值。

利用 excel 规划求解功能,对非线性方程  $E(t)$  采用对分法进行求解,计算结果分述如下。

3.2.1 总的平均停留时间 $\bar{t}$ 及方差 $\sigma^2$ 的求解

根据: $\bar{t} = \frac{\int_0^\infty tE(t)dt}{\int_0^\infty E(t)dt} = \int_0^\infty tE(t)dt$ ,可求取反应器总的平均停留时间 $\bar{t}$ 。

根据: $\sigma_t^2 = \int_0^\infty t^2 E(t)dt - \bar{t}^2$ ,可求出方差,并对其无因次化,则: $\sigma^2 = \sigma_t^2 / \bar{t}^2$

结果见表 3。

表 3  $\bar{t}$ 与 $\sigma^2$ 随气体流量之间的变化关系  
Table 3 Change relationship of  $\bar{t}$  and  $\sigma^2$  with gas flow

气体流量/(mL·min <sup>-1</sup> )	平均停留时间 $\bar{t}$ /min		无因次化方差 $\sigma^2$	
	实验	计算	实验	计算
0	139.1	138.7	0.148	0.173
25	104.8	100.1	0.445	0.401
38	92.3	88.1	0.496	0.447

相对误差:

$$E_R = \frac{|X_{\text{cal}} - X_{\text{exp}}|}{X_{\text{exp}}}$$

式中: $X_{\text{cal}}$ —计算值; $X_{\text{exp}}$ —实验值。

在不同的气体流量下,平均停留时间的相对误差在 5% 以内,无因次化方差的相对误差在 10% 左右,说明计算值与实验值有良好的符合度。

由表 2 可知:随气体流量的增大,无因次方差  $\sigma^2$  越来越大,表示厌氧反应器流型越来越接近于全混流。

3.2.2 模型参数  $f_3$  的求解

PFR 的平均停留时间 $\bar{t}_p$ 可以直接从实验数据中读取,体积分率则为:

$$f_3 = \frac{V_{RP}}{V_R} = \frac{\bar{t}_p}{t}$$

根据实验数据,本研究选取 $\bar{t}_p$ 值的方法为: $E(t)$  开始不为 0 时和达到最大值时的中间值作为其平均停留时间。

当气体流量不同时,由实验数据可得 $\bar{t}_p$ ,进而算得  $f_3$ ,数据见表 4。

由表 4 可知:随着气体流量的增加, $f_3$  下降明显,说明气体通过的量对模型参数有显著的影响。其根本原因在于:随着气体流量的增加,反应器内返混程度增加,故体积分率  $f_3$  迅速下降。

3.2.3 模型参数流量分率  $I$  及 CSTR 反应器体积分率  $f_1, f_2$  的求解

不同气体流量下  $I, f_1, f_2$  最佳值见表 5。

由表 5 可知,当气体流量为 0 时,非线性方程出现多解,但气体流量的变化对流量分率参数  $I$  的影响比较小,基本保持在 0.6~0.75 之间;反应器 CSTR1 的体积分率  $f_1$  随气体流量增加而增加,反应器 CSTR2 的体积分率  $f_2$  随气体流量的变化出现极值,到达 0.3 后反而有所减小。

表 4 不同气体流量下的 $\bar{t}_p$ 及 $f_3$

Table 4 $\bar{t}_p$ 、 $f_3$ values under different gas flow			
气体流量/(mL·min <sup>-1</sup> )	$\bar{t}_p$ /min	$f_3$	对 $f_3$ 取整
0	73	0.525	0.5
25	24	0.229	0.25
38	17	0.184	0.2

表 5 参数  $I$ 、 $f_1$  和  $f_2$

Table 5 Parameters $I$ 、 $f_1$ and $f_2$			
气体流量/(mL·min <sup>-1</sup> )	$I$	$f_1$	$f_2$
0	0.7/0.6	0.35/0.3	0.15/0.2
25	0.75	0.45	0.3
38	0.7	0.55	0.25

3.2.4 不同气体流量下  $E(t)$ 模型计算值与实验值的比较

当气体流量为 0 mL/min 时,将模型参数  $I=0.7$ 、 $f_1=0.35$ 、 $f_2=0.15$ ; $I=0.6$ 、 $f_1=0.3$ 、 $f_2=0.2$  的数据代入  $E(t)$ 方程,得到  $E(t)-t$  曲线,并与实验值进行对比,如图 4 所示。

由图 4 可知:模型曲线与实验曲线有良好的符合度,其中  $I=0.7$  时较  $I=0.6$  似更优越, $E(t)$ 的最大相对误差为 10.2%,说明该组合模型能反映实际情况。

结论:当气体流量为 0 时,最佳参数为  $I=0.7$ 、 $f_1=0.35$ 、 $f_2=0.15$ 。

当气体流量为 25 mL/min 时,将模型参数  $I=0.75$ 、 $f_1=0.45$ 、 $f_2=0.3$  的数据代入  $E(t)$ 方程,得到相应曲线,并与实验曲线比较,如图 5 所示。

由图 5 可知:当气体流量为 25 mL/min 时,模型曲线与实验曲线有很好的符合度, $E(t)$ 的最大相对误差为 15.4 %。

当气体流量为 38 mL/min 时,将参数  $I=0.70$ 、 $f_1=0.55$ 、 $f_2=0.25$  的数据代入  $E(t)$ 方程,得到  $E(t)-t$ 图,并与实验数据对比,结果如图 6 所示。

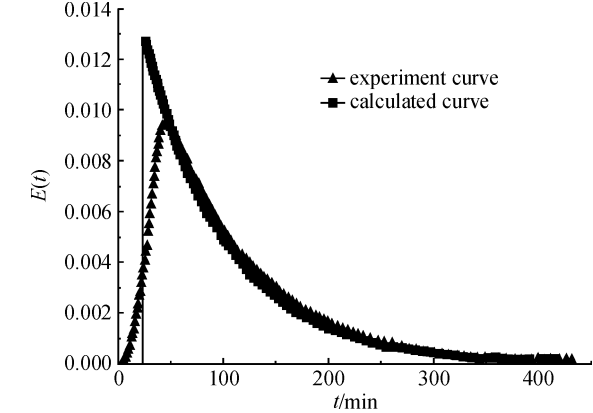
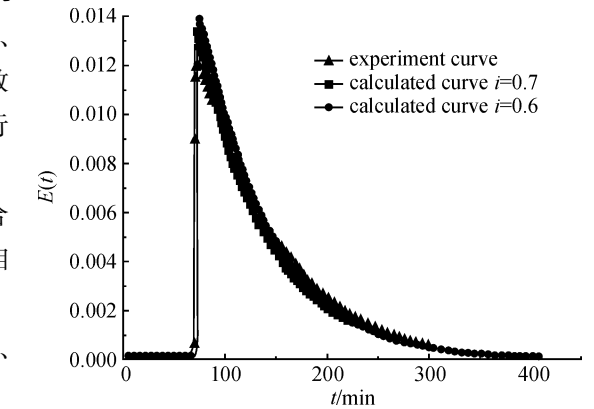


图 5 气体流量为 25 mL/min 时实验与模型曲线

Fig. 5 Comparison between experiment curve and model curve when gas flow is 25 mL/min



$I=0.7$  的为参数, $I=0.7$ 、 $f_1=0.35$ 、 $f_2=0.15$ ;  
 $I=0.6$  的为参数  $I=0.6$ 、 $f_1=0.3$ 、 $f_2=0.2$

图 4 气体流量为 0 mL/min 时实验与模型曲线  
Fig. 4 Comparison between experiment curve and model curves when gas flow is 0 mL/min

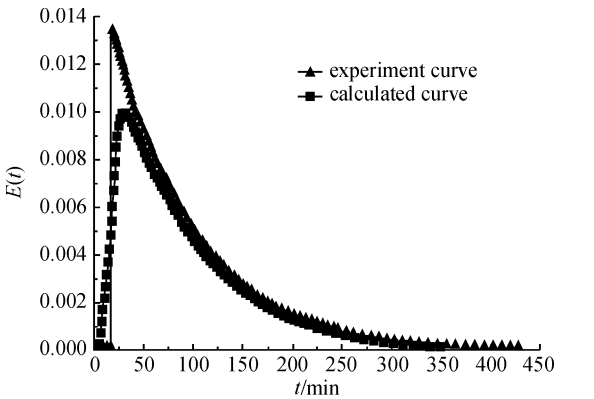


图 6 气体流量为 38 mL/min 时  $E(t)$  的实验与模型曲线

Fig. 6 Comparison between experiment curve and model curve when gas flow is 38 mL/min

由图 6 可知:当气体流量为 38 mL/min 时, $E(t)$ 最大相对误差为 15.0 %。

4 结 语

本研究通过对停留时间分布密度函数的求解,建立了厌氧反应器流动模型,模型参数随气体流量的变化而发生一定程度的变化, $E(t)$ 方程分别如下:

当气体流量为 0 mL/min 时:

$$\begin{cases} E(t) = 0 & t \leq 73 \\ E(t) = 0.024\,42\text{e}^{-0.014\,42(t-73)} & t > 73 \end{cases}$$

当气体流量为 25 mL/min 时:

$$\begin{cases} E(t) = 0 & t \leq 24 \\ E(t) = 0.012\,49\text{e}^{-0.016\,65(t-24)} + 0.002\,081\text{e}^{-0.008\,325(t-24)} & t > 24 \end{cases}$$

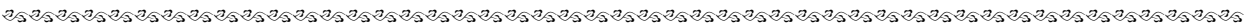
当气体流量为 38 mL/min 时:

$$\begin{cases} E(t) = 0 & t \leq 17 \\ E(t) = 0.010\,11\text{e}^{-0.014\,45(t-17)} + 0.001\,362\text{e}^{-0.004\,54(t-17)} & t > 17 \end{cases}$$

反应器实际运行时,根据实际产生气量大小,对以上三式进行适当内插,便可获得  $E(t)$  随时间的变化关系及相应模型参数,进而便可进行反应器的模拟与优化计算了。

参考文献:

[1] 童昶,沈耀良,赵丹,等. 厌氧反应器技术的发展及 ABR 反应器的工艺特点[J]. 江苏环境科技,2001,14(4):9-11.  
[2] Tiwari M K, Guha S, Harendranath C S, et al. Influence of extrinsic factors on granulation in UASB reactor[J]. Applied Microbiology and Biotechnology,2006,71(2):145-154.  
[3] 马三剑,吴建华,刘锋,等. 多级内循环(MIC)厌氧反应器的开发应用[J]. 中国沼气,2002,20(4):24-27.  
[4] 冯宗强,袁旭峰,林长松,等. 固定床厌氧反应器处理高浓度禽畜粪尿[J]. 环境工程学报,2010,4(2):278-282.  
[5] 楼静. 厌氧反应器技术研究开发情况简介[J]. 中国环境干部管理学院学报,2002,12(3):37-40.  
[6] 卢刚,郑平. 内循环颗粒污泥床硝化反应器流动模型研究[J]. 生物工程学报,2003,19(6):754-757.  
[7] 张良佺,邵迪. 流化床厌氧反应器流化及反应特性研究[J]. 环境工程,2011,29(2):20-23.



(上接第 469 页)

联立两式求解,并用 MATLAB<sup>[6]</sup> 符号计算验证结果,得

$$\begin{aligned} M_A &= -\frac{M}{6} - \frac{3Pl}{16} - \frac{67ql^2}{3\,456} \\ R_A &= -\frac{5M}{6l} + \frac{11P}{16} + \frac{211ql}{3\,456} \end{aligned}$$

代入式(7),即可得出该超静定梁的挠曲线方程。

5 结 语

从上述的推导及实例的计算可以看出,本文所述的方法在求解超静定梁挠曲线方面,计算量少,比较快捷、方便,因此具有一定的实用性。

参考文献:

[1] 刘明超,丁晓燕. 拉氏变换求解梁的挠曲线方程[J]. 力学与实践,2012,34(2):78-80.  
[2] 梁昆森. 数学物理方法[M]. 4 版. 北京:高等教育出版社,2010:83.  
[3] 王吉民. 材料力学[M]. 北京:中国电力出版社,2010:107-108.  
[4] 龙驭球,包世华. 结构力学 I:基本教程[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2006:281-283.  
[5] 国振喜,张树义. 实用建筑结构静力计算手册[M]. 北京:机械工业出版社,2009:297.  
[6] 薛定宇,陈阳泉. 高等应用数学问题的 MATLAB 求解[M]. 北京:清华大学出版社,2008.