

# Airy 光束通过一维光子晶体的传输特性研究

许森东

(浙江科技学院 理学院,杭州 310023)

**摘 要:** 利用柯林斯公式推导出 Airy 光束通过一维光子晶体的传输解析公式,并利用该解析公式分析了 Airy 光束通过一维光子晶体的传输特性。研究结果表明,通过调控一维光子晶体的相关参数就可以实现对 Airy 光束的光强和自加速的控制。此研究结果为人们实现对 Airy 光束的操控提供了一种新方法。

**关键词:** Airy 光束;光强;柯林斯公式;光子晶体

**中图分类号:** O436      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-8798(2019)01-0001-04

## Study on propagation properties of Airy beams through one-dimensional photonic crystal

XU Sendong

(School of Sciences, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, Zhejiang, China)

**Abstract:** The analytical expression was obtained of Airy beams passing through one-dimensional photonic crystal based on the Collins formula. Moreover, by employing the analytical expression, propagation properties of Airy beams through the photonic crystal was explicitly analyzed. The results show that it is feasible to control the intensity and self-acceleration of Airy beams by manipulating relevant parameters of one-dimensional photonic crystal. This discovery has provided a new method to modulate the Airy beams.

**Keywords:** Airy beams; intensity; Collins formula; photonic crystal

Airy 光束传输特性的理论和实验研究是近年来十分热门的研究领域之一。其原因是 Airy 光束具有横向自加速偏转、长距离衍射自由、自修复等奇异的性质。2007 年 11 月, Siviloglou 等在试验中观察到了 Airy 光斑的传输, 试验结果与理论预测十分吻合<sup>[1-2]</sup>。由此 Airy 光束引起了学术界的高度关注<sup>[3-7]</sup>, 全球相关领域科研人员纷纷投入到对 Airy 光束的研究中去<sup>[8-10]</sup>, 2008 年以来发表了大量有价值的研究论文<sup>[11-13]</sup>。而光子晶体目前依然是热门研究的人工复合电磁介质之一。光子晶体是周期性排列的金属

**收稿日期:** 2018-05-08

**基金项目:** 浙江省实验室工作研究项目(YB201641, YB201839)

**通信作者:** 许森东(1981—), 男, 重庆市大足人, 高级实验师, 硕士, 主要从事人工复合电磁介质研究。E-mail: xusendong@163.com。

或者介质构成的晶体,通过改变光子晶体介质结构和相关参数可以在光子晶体中形成完全光子禁带。频率在禁带范围内的光波都不能在其中传播,同时可调控光束在光子晶体中的传输特性<sup>[14-15]</sup>。鉴于光子晶体的这种独特的性质,人们可以利用光子晶体控制光以及电磁波的传播。

利用光子晶体可调控光束传播的独特性质可以实现对 Airy 光束通过一维光子晶体中传输特性的调控。因此,笔者利用 ABCD 矩阵光学理论,推导出 Airy 光束在一维光子晶体中传输的解析表达式,并利用该解析表达式研究 Airy 光束通过一维光子晶体的传输特性。

## 1 理论与方法

### 1.1 一维光子晶体的 ABCD 矩阵

一维光子晶体的结构如图 1 所示,其中  $n_1$  为第一层介质的折射率, $n_2$  为第二层介质的折射率, $l$  为一个周期的长度, $m$  为重复的周期数<sup>[14]</sup>。令  $n_1$  介质层的厚度为  $\alpha l$ ,则  $n_2$  介质层的厚度为  $(1-\alpha)l$ , $\alpha$  为一维光子晶体结构参数。

利用矩阵光学理论可得该一维光子晶体的变换矩阵:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_2/n_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right]^m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)中: $l_1$  和  $l_2$  为折射率为  $n_1$  和  $n_2$  介质的厚度。令  $l_1 = \alpha l$ ,  $l_2 = (1-\alpha)l$ ,  $n_2 = \beta n_1$ , 则式(1)可简化为:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(m+1)\alpha l}{n_1} + \frac{m(1-\alpha)l}{\beta n_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### 1.2 Airy 光束的传输特性

本文研究傍轴传输情况,故在直角坐标系中取  $z$  轴为光束的传输轴。Airy 光束的光场在初始平面可表示为:

$$E(x_0, y_0, 0) = Ai\left(\frac{x_0}{w_{x0}}\right) \exp\left(\frac{ax_0}{w_{x0}}\right) Ai\left(\frac{y_0}{w_{y0}}\right) \exp\left(\frac{ay_0}{w_{y0}}\right). \quad (2)$$

式(2)中: $w_{x0}$  和  $w_{y0}$  为任意的横向尺度; $a$  为指数调制因子,是一个较小的正数<sup>[9-10]</sup>。 $Ai(\cdot)$  为 Airy 函数,其定义为:

$$Ai(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{iu^3}{3} + iux\right) du. \quad (3)$$

当 Airy 光束通过一维光子晶体时,由柯林斯公式可得 Airy 光束的传输方程<sup>[16]</sup>:

$$E(x, y, z) = \frac{ik}{2\pi B} \iint E(x_0, y_0, 0) \exp\left\{\frac{-ik}{2B} [A(x_0^2 + y_0^2) - 2(xx_0 + yy_0) + D(x^2 + y^2)]\right\} dx_0 dy_0. \quad (4)$$

式(4)中: $k$  为波数,  $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$  ( $\lambda_0$  为 Airy 光束在真空当中的波长)。将式(2)代入式(4), Airy 光束通过一维光子晶体的传输方程可改写为:

$$E(x, y, z) = E(x)E(y). \quad (5)$$

式(5)中:

$$E(x) = \int \sqrt{\frac{ik}{2\pi B}} \exp\left[-i\frac{k}{2B}(Ax_0^2 - 2x_0x + Dx^2)\right] Ai\left(\frac{x_0}{w_{x0}}\right) \exp\left(\frac{ax_0}{w_{x0}}\right) dx_0; \quad (6)$$

$$E(y) = \int \sqrt{\frac{ik}{2\pi B}} \exp\left[-i\frac{k}{2B}(Ay_0^2 - 2y_0y + Dy^2)\right] Ai\left(\frac{y_0}{w_{y0}}\right) \exp\left(\frac{ay_0}{w_{y0}}\right) dy_0. \quad (7)$$

将式(3)代入式(6)、式(7),经积分整理可得:

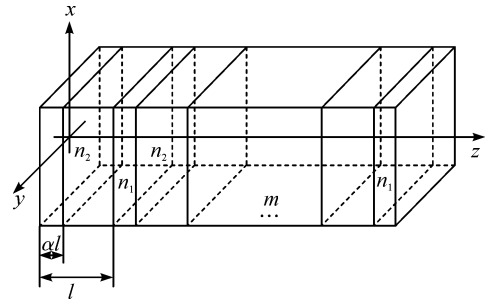


图 1 一维光子晶体结构示意图

Fig. 1 Structure of a one-dimensional photonic crystal

$$E(x) = \frac{1}{\sqrt{A}} \text{Ai} \left( \frac{x}{Aw_{x0}} - \frac{B^2}{4A^2k^2w_{x0}^4} + i \frac{aB}{Ak w_{x0}^2} \right) \exp \left( -i \frac{kCx^2}{2A} \right) \times \exp \left( \frac{ax}{Aw_{x0}} - a \frac{B^2}{2A^2k^2w_{x0}^4} - i \frac{B^3}{12A^3k^3w_{x0}^6} + i \frac{a^2B}{2Ak w_{x0}^2} + i \frac{Bx}{2A^2kw_{x0}^3} \right); \quad (8)$$

$$E(y) = \frac{1}{\sqrt{A}} \text{Ai} \left( \frac{y}{Aw_{y0}} - \frac{B^2}{4A^2k^2w_{y0}^4} + i \frac{aB}{Ak w_{y0}^2} \right) \exp \left( -i \frac{kCy^2}{2A} \right) \times \exp \left( \frac{ay}{Aw_{y0}} - a \frac{B^2}{2A^2k^2w_{y0}^4} - i \frac{B^3}{12A^3k^3w_{y0}^6} + i \frac{a^2B}{2Ak w_{y0}^2} + i \frac{By}{2A^2kw_{y0}^3} \right). \quad (9)$$

将式(8)、式(9)代入式(5)即可得到 Airy 光束的传输方程:

$$E(x, y, z) = \frac{1}{A} \exp \left( -i \frac{kC(x^2 + y^2)}{2A} \right) \text{Ai} \left( \frac{x}{Aw_{x0}} - \frac{B^2}{4A^2k^2w_{x0}^4} + i \frac{aB}{Ak w_{x0}^2} \right) \times \exp \left( \frac{ax}{Aw_{x0}} - a \frac{B^2}{2A^2k^2w_{x0}^4} - i \frac{B^3}{12A^3k^3w_{x0}^6} + i \frac{a^2B}{2Ak w_{x0}^2} + i \frac{Bx}{2A^2kw_{x0}^3} \right) \times \text{Ai} \left( \frac{y}{Aw_{y0}} - \frac{B^2}{4A^2k^2w_{y0}^4} + i \frac{aB}{Ak w_{y0}^2} \right) \times \exp \left( \frac{ay}{Aw_{y0}} - a \frac{B^2}{2A^2k^2w_{y0}^4} - i \frac{B^3}{12A^3k^3w_{y0}^6} + i \frac{a^2B}{2Ak w_{y0}^2} + i \frac{By}{2A^2kw_{y0}^3} \right). \quad (10)$$

式(10)中:  $A$ 、 $B$  和  $C$  分别为一维光子晶体光学系统的矩阵元。从式(10)可以看出, Airy 通过一维光子晶体的传输特性取决于矩阵元  $A$ 、 $B$  和  $C$ , 但因为  $A$  为 1、 $C$  为 0, 因此传输特性完全由  $B$  决定。传输矩阵元  $B$  可以通过改变一维光子晶体结构和介质的折射率调控, 故可以通过改变一维光子晶体结构和介质的折射率来调控 Airy 通过一维光子晶体的传输特性。

## 2 计算结果

根据以上分析, 通过计算得到了 Airy 光束通过一维光子晶体的传输特性。Airy 光束和一位光子晶体相关参数选取:  $m=10$ ,  $l=1$  mm,  $n_1=1.8$ ,  $\lambda_0=632.8$  nm,  $w_{x0}=w_{y0}=0.05$  mm,  $a=0.1$ 。通过式(10)得到, 改变光子晶体相关参数就可调控 Airy 光束通过光子晶体的光强和自加速。图 2 为光子晶体参数

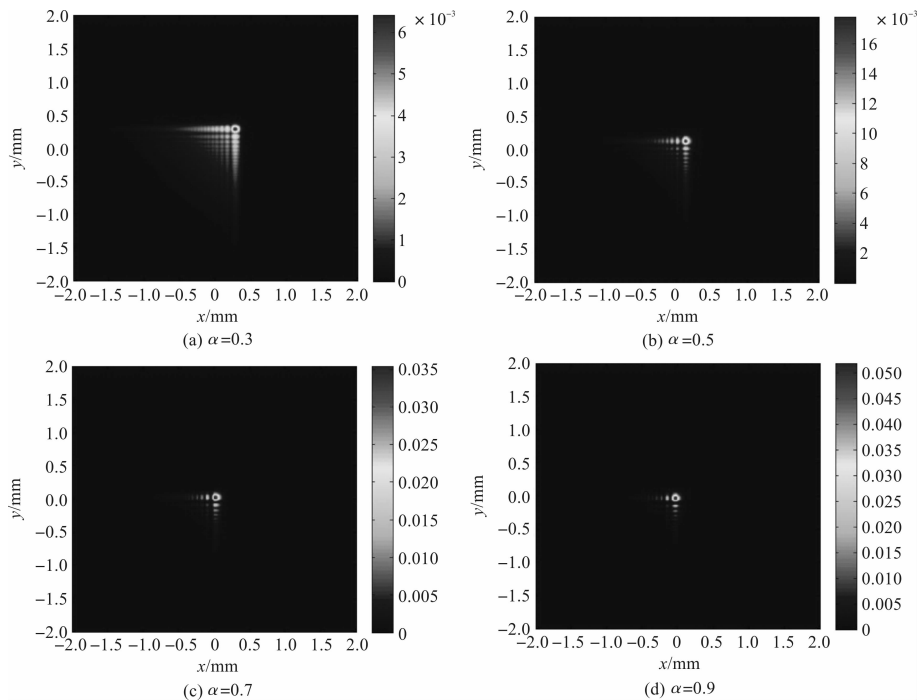


图 2  $\beta=0.1$ ,  $\alpha$  取 0.3、0.5、0.7、0.9 时 Airy 光束通过光子晶体的光强分布

Fig. 2 Intensity distribution of Airy beams through one-dimensional photonic crystal, when  $\beta=0.1$ ,  $\alpha$  being 0.3, 0.5, 0.7, 0.9

$\beta=0.1$ , 参数  $\alpha$  取 0.3、0.5、0.7、0.9 时的光强分布。从图中可以看出, 减小参数  $\alpha$  的值, Airy 光束将沿  $x$ - $y$  轴对角线方向加速偏转; 参数  $\alpha$  的值越小, Airy 光束侧面旁瓣的数量越多。

图 3 为光子晶体参数  $\alpha=0.1$ , 参数  $\beta$  取 0.1、0.2、0.3、0.4 时的光强分布。从图中可以看出, 减小参数  $\beta$  的值, Airy 光束将沿  $x$ - $y$  轴对角线方向加速偏转; 参数  $\beta$  的值越小, Airy 光束侧面旁瓣的数量越多。该结论是合理的, 因为一维光子晶体的结构参数  $\alpha$ 、 $\beta$  的变化使得光学传输矩阵改变, 进而改变了 Airy 光束通过一维光子晶体的传输特性。

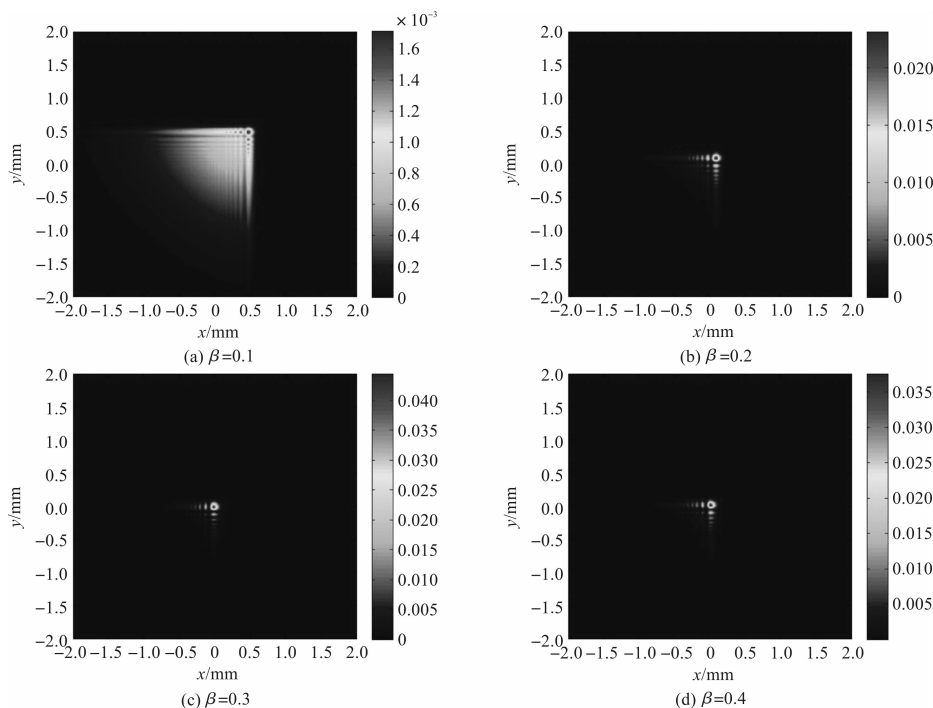


图 3  $\alpha=0.1$ ,  $\beta$  取 0.1、0.2、0.3、0.4 时 Airy 光束通过光子晶体的光强分布

Fig. 3 Intensity distribution of Airy beams through one-dimensional photonic crystal, when  $\alpha=0.1$ ,  $\beta$  being 0.1, 0.2, 0.3, 0.4

### 3 结 语

笔者研究了 Airy 光束通过一维光子晶体的传输与调控, 通过改变一维光子晶体结构参数实现了对 Airy 光束传输特性的计算与调控。研究表明, 可以通过改变一维光子晶体结构参数的实现对 Airy 光束的光强和自加速的调控; 通过传输介质参数的设计实现对光束真正意义上的控制。此项研究成果将在医学、生物科学、以及光学器件调控的设计上有着极为广阔的应用前景。

### 参考文献:

- [1] SIVILOGLOU G A, CHRISTODOULIDES D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. Optics Letters, 2007, 32(8):979.
- [2] SIVILOGLOU G A, BROKY J, DOGARIU A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21):213901.
- [3] ZHUANG F, SHEN J, DU X, et al. Propagation and modulation of Airy beams through a four-level electromagnetic induced transparency atomic vapor[J]. Optics Letters, 2012, 37(15):3055.
- [4] ZHOU G, CHEN R, CHU X. Fractional Fourier transform of Airy beams[J]. Applied Physics B, 2012, 109(4):550.
- [5] WEN W, LU X, ZHAO C, et al. Propagation of Airy beam passing through the misaligned optical system with hard aperture[J]. Optics Communications, 2014, 313(4):351.

(下转第 9 页)