

考虑真实气体效应的激波速度计算

张京平 王俊

(浙江大学华家池校区工程技术学院 杭州 310029)

付周东

(浙江大学玉泉校区流体传动及控制国家重点实验室)

摘 要 对具有良好压力平台的 H_2/CO_2 (驱动气体为氢气,被驱动气体为 CO_2) 激波管中的激波速度进行了计算. 其特点是初始激波速度采用考虑真实气体效应的理论计算,沿管运行时理论不能准确计算的部分采用由实验得出的一个激波衰减公式计算. 计算与实验结果吻合,为使用和设计该类激波管提供参考.

关键词 激波 激波管 激波衰减

中图分类号 O354.5

激波管有着广泛的用途,作为压力传感器的动态性能标定工具,也是其中之一. 根据所标定对象的不同,对激波形成的阶跃压力要求也有所不同^[1],激波形成的阶跃压力又取决于激波的速度^[2],因而在设计标定激波管的过程中,激波沿激波管运行的速度是一个重要而必须计算的参数.

1 破膜初始速度的理论计算

1.1 采用范得瓦状态方程的0级模型的基本方程

$$V_2 W = V_1 (W - u_2)$$

$$p_1 + \frac{W^2}{V_1} = p_2 + \frac{(W - u_2)^2}{V_2}$$

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{A}{V^2}$$

$$u_2 = u_3 \quad P_2 = P_3$$

$$u_3 = \int_{V_3}^{V_4} - \frac{a(VT)}{V} \cdot dV$$

$$h_1 + \frac{1}{2} W^2 = h_2 + \frac{1}{2} (W - u_2)^2$$

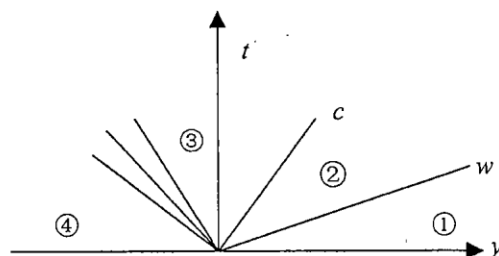


图1 激波管内各区的示意图

$$S_3 = S_4 = \text{const}$$

其中关于焓(h)与熵(s)^[4]的方程的具体形式为:(式中 C_p 为定压比热)

$$\left(\int_{T_1}^{T_2} C_p dT \right)_{P_0=0} + P_2 V_2 - P_1 V_1 + R(T_1 - T_2) + \frac{A}{V_1} - \frac{A}{V_2} = Wu_2 - u_2^2/2$$

$$\left(\int_{T_3}^{T_4} \frac{C_p}{T} dT \right)_{P_0=0} = R(\ln(V_3 - b) - \ln T_3) - R(\ln(V_4 - b) - \ln T_4)$$

1.1.1 关于 $C_p dT$ 和 $\int C_p dT$ 的获得 因参考状态可任取,取 $P_0 \rightarrow 0$,这时 C_p 就是热完全气体的 C_p ,对线性分子来说

$$C_p = \frac{7}{2}R + R \cdot \sum \frac{e^{X_i} X_i^2}{(e^{X_i} - 1)}$$

$$X_i = \frac{\theta_i}{T}, \theta_i \text{ 为振动特性温度,其中}$$

$$\int C_p dT = \frac{7}{2}RT + R \sum \frac{\theta_i}{e^{\frac{\theta_i}{T}} - 1}$$

$$\int \frac{C_p}{T} dT = -\frac{7}{2}R \ln x - \sum R(\ln(e^{X_i} - 1) - X_i - \frac{X_i}{e^{X_i} - 1})$$

其中 x 为 x_i 中最大一个.

1.1.2 声速的获得

$$\text{声速方程为: } a^2 = - \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \rho} + \frac{\partial S}{\partial \rho} \right)}{\frac{\partial S}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \rho}}$$

用范得瓦方程代入可得到 H_2, CO_2 气体的声速:

$$a_{H_2} = \sqrt{\frac{RV^2}{(V-b)^2} \cdot \left\{ \frac{\frac{\theta_v}{X_1^3 e^{X_1}}}{(e^{X_1} - 1)^2 + 2.5X_1} + T \right\} - \frac{2A}{V}}$$

θ_v 振动特性温度

$$X_1 = \theta_v/T,$$

$$a_{CO_2} = \sqrt{\frac{RV^2}{(V-b)^2} \cdot \left\{ \frac{\frac{\theta_v}{X^3 e^X}}{(e^X - 1)^2 + 2.5X} + \left\{ \frac{X^3}{\theta_v} \cdot \sum \left\{ \frac{X_i e^{X_i} \theta_i}{(e^{X_i} - 1)^2} \right\} \right\} + T \right\} - \frac{2A}{V}}$$

式中: A, b 为范得瓦方程常数

其中 x 为 θ_i/T 中最大的一个, x_i 求和中不包括 x

1.2 零级模型计算过程

(1) 输入已知常数, P_4, T_4, P_1, T_1 , 用状态方程由已知的 P_4, T_4 迭代求出 V_4 , 由已知的 P_1, T_1 求出 V_1 . 再用求得的 T_4, V_4 算出等熵常数 $S_4(V_4, T_4) = \text{const}$;

(2) 由给出的初值 P_3^0 用状态方程和等熵关系迭代求出 T_3, V_4 , 由求出的 V_3 , 通过数值积分算出 u_3 ; 令 $P_3^0 = P_2, u_3 = u_2$, 由 p_2, u_2 和 p_1, v_1 , 求出 W ;

(3) 由 W, u_2 求出 v_2 , 由 V_2, P_2 用状态方程求出 T_2 , 由 T_2, V_2, W, u_2 , 求出 P_2^1 ;

(4) 令 $p_2^1 = p_3^1$, 比较 $\left| \frac{p_3^1 - p_3^0}{p_3^0} \right| \leq \epsilon$ (ϵ 为相对误差).

若上式成立,则输出结果,不成立则,令 $P_3^0 = P_3^0 + (P_3^1 - P_3^0)/D$ (D 为收敛因子),返回到第 2 步,一切重新开始直到满足误差精度为止.

2 计算结果与实验比较

表 1 初始激波速度的计算值与实验值的比较 (实验值为离膜片 1.27 m 处的值)

编号	$P_4 /$ Pa	$P_1 /$ Pa	T_4, T_1 $T_4 = T_1 / K$	W 实验 / m/s	$W_0 /$ m/s	$(W_0 - W \text{ 实验}) /$ $W \text{ 实验}$
1	282.43	32.85	287.6	402.67	406.28	0.0089
2	287.33	47.56	287.6	377.37	379.913	0.0067
3	282.43	27.94	287.6	422.30	421.60	- 0.00165
4	159.84	18.14	289.1	417.86	415.81	- 0.00489
5	184.36	47.56	288.5	348.76	348.91	0.000449
6	218.68	76.98	287.6	324.77	322.83	- 0.00598
7	203.97	67.17	288.0	328.94	329.08	0.000429

表 2 初始激波速度的计算与实验值的比较 (实验值为离膜片 5.75 m 处的值)

编号	$P_4 /$ Pa	$P_1 /$ Pa	$T_4 /$ K	$T_1 /$ K	$W_0 /$ m/s	W 实验 / m/s	$(W_0 - W \text{ 实验}) /$ $W \text{ 实验}$
1	764.91	196.13	305.1	305.1	424.99	413.25	2.84%
2	725.69	196.13	305.1	305.1	416.80	400.45	4.08%
3	912.01	196.13	305.1	305.1	453.38	439.35	3.19%
4	902.21	294.19	298.1	298.1	370.47	364.95	1.51%
5	862.98	294.19	298.1	298.1	364.24	357.1	2.0%

表(1) 实验值靠近膜片. 其理论计算与实测相对误差只有千分之几,理论计算可信,而表 2,因测点与膜片较远,最大误差有 4%,它使人们看到了激波的衰减及研究它的必要性.

3 激波在 CO_2 中衰减的近似公式

3.1 无量纲关系

激波衰减量与影响它的因素可表示为

$\Delta W = \varphi(a_1, v_1, D, W_0, \gamma)$ 通过量纲分析可得出以下几个独立的无量纲量,

$M_0, \frac{v_1}{a_1 D}, \frac{\gamma}{D}$, 取激波衰减公式的形式为:

$$M_0^2 - M_s^2 = (M_0^2 - 1)^a \cdot B \cdot \left(\frac{v_1}{a_1 D}\right)^{n_1} \cdot \left(\frac{\gamma}{D}\right)^{n_2}$$

两边取对数得:

$$\ln(M_0^2 - M_s^2) = \alpha \ln(M_0^2 - 1) + \ln B + n_1 \ln\left(\frac{v_1}{a_1 D}\right) + n_2 \ln\left(\frac{\gamma}{D}\right)$$

3.2 实验装置(见图 2)

3.3 α 的确定

实验中 $\frac{v_1}{a_1 D}$ 保持不变, 实验结果如图 3. 直线拟合结果 $\alpha = 1$

3.4 n_1 的确定

实验结果如图 4. 用直线拟合结果 $n_1 = 0.183$

3.5 n_2 的确定

对同一个实验可写出两个式子

$$\ln\left(\frac{M_0^2 - M_2^2}{M_0^2 - 1}\right) = \ln B + n_1 \ln\left(\frac{v_1}{a_1 D}\right) + n_2 \ln\left(\frac{\gamma_2}{D}\right)$$

$$\ln\left(\frac{M_0^2 - M_1^2}{M_0^2 - 1}\right) = \ln B + n_1 \ln\left(\frac{v_1}{a_1 D}\right) + n_2 \ln\left(\frac{\gamma_1}{D}\right)$$

两式相减得

$$n_2 = \left[\ln\left(\frac{M_0^2 - M_2^2}{M_1^2 - 1}\right) - \ln\left(\frac{M_0^2 - M_1^2}{M_0^2 - 1}\right) \right] / \ln\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)$$

由表 3 可得 n_2 的平均结果, $n_2 = 1.46228$

3.6 B 的确定

取 $\alpha = 1, n_1 = 0.183, n_2 = 1.46$

用公式 $\ln\left(\frac{M_0^2 - M_s^2}{M_0^2 - 1}\right) = \ln B + 0.183 \ln\left(\frac{v_1}{a_1 D}\right) +$

$1.46 \ln\left(\frac{\gamma}{D}\right)$ 取理论计算初始马赫数, M_s 分别取 γ_1 处的 M_1 和 γ_2 处的 M_2 , 算出各自对应的 $B_{\gamma_1}, B_{\gamma_2}$, 然后求它们的平均值作为最后的 B 值 $B = (B_{\gamma_1} + B_{\gamma_2})/2 = 4.953 \times 10^{-3}$

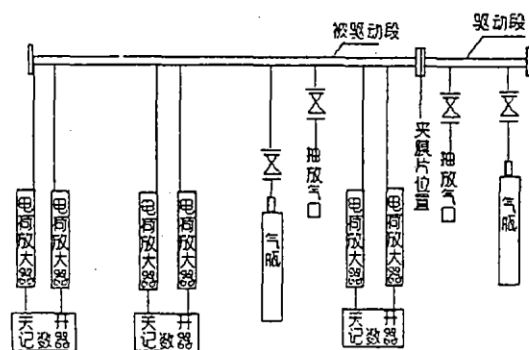


图 2 激波衰减实验装置

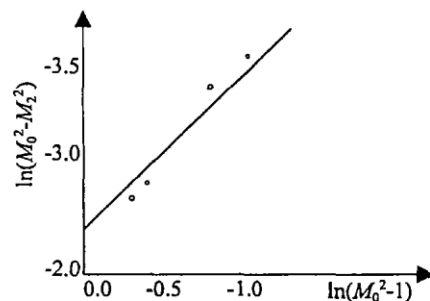


图 3 确定 α 的实验结果

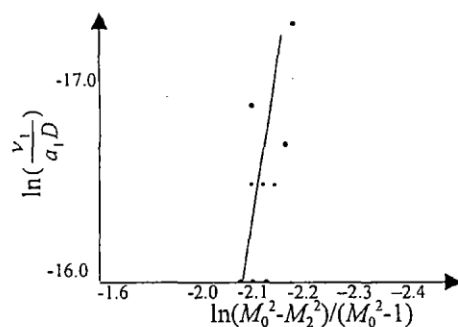


图 4 确定 n_1 的实验结果

表 3 确定 n_2 的实验数据

编号	$\ln\left(\frac{M_0^2 - M_2^2}{M_0^2 - 1}\right)$	$\ln\left(\frac{M_0^2 - M_1^2}{M_0^2 - 1}\right)$	$\ln\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)$	n_2
1	-2.3144804	-2.95641256	0.45802086	1.401534747
2	-2.34273398	-3.2963662	0.45802086	2.082071588
3	-2.08087191	-2.56234419	0.45802086	1.051201642
4	-2.08735308	-2.69195318	0.45802086	1.320027433
5	-2.42729232	-3.07686305	0.45802086	1.41821209

续表 3

编号	$\ln\left(\frac{M_0^2 - M_2^2}{M_0^2 - 1}\right)$	$\ln\left(\frac{M_0^2 - M_1^2}{M_0^2 - 1}\right)$	$\ln\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)$	n_2
6	- 2.0723881	- 2.55214144	0.45802086	1.04748688
7	- 2.28562554	- 3.00910628	0.45802086	1.579580345
8	- 2.18566758	- 3.09851157	0.45802086	1.993018364
9	- 2.24360399	- 2.81218113	0.45802086	1.241379077
10	- 1.99849798	- 2.68019736	00.45802086	1.488358788

表 4 确定 B 的实验数据

编号	By_1	By_2
1	$4.583707567 \times 10^{-3}$	$4.462592512 \times 10^{-3}$
2	$3.262698269 \times 10^{-3}$	$4.33272848 \times 10^{-3}$
3	6.7879945×10^{-3}	$5.628918702 \times 10^{-3}$
4	$5.96001567 \times 10^{-3}$	$5.589907586 \times 10^{-3}$
5	$4.557922694 \times 10^{-3}$	$4.471514855 \times 10^{-3}$
6	$6.174036027 \times 10^{-3}$	$5.111002894 \times 10^{-3}$
7	$3.918691472 \times 10^{-3}$	$4.139305727 \times 10^{-3}$
8	$3.576751779 \times 10^{-3}$	$4.565776504 \times 10^{-3}$
9	$5.654628645 \times 10^{-3}$	$5.11573852 \times 10^{-2}$
10	$5.576728855 \times 10^{-3}$	$5.649637044 \times 10^{-3}$

3.7 衰减公式的应用

确定了系数,就得出了激波在 CO_2 中的衰减规律

$$\frac{M_0^2 - M_s^2}{M_0^2 - 1} = 4.95 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{v_1}{a_1 D}\right)^{0.183} \cdot \left(\frac{\gamma}{D}\right)^{1.46}$$

把它应用到 H_2/CO_2 的激波管中去,并与实验比较,列表如下

表 5 考虑衰减的激波速度计算值与实验值的比较

编号	$P_4(\text{Pa})$	$P_1(\text{Pa})$	$T_1, T_4(\text{K})$	$W_0(\text{m/s})$	$W_s(\text{m/s})$	W 实验(m/s)
1	764.91	196.13	305.1	424.99	413.73	413.25
2	725.69	196.13	305.1	416.80	406.01	400.45
3	912.01	196.13	305.1	453.38	440.53	439.35
4	902.21	294.19	298.1	370.47	362.41	364.95
5	862.98	294.19	298.1	364.24	356.52	357.10

表中显示用 0 级模型得出了 W_0 后再用衰减公式算到实验位置的激波速度,最大相对误差 $\delta_{\max} < 1.3\%$, 5 个实验中有 4 个实验室的相对误差在 0.65% 以下。

4 结 论

采用 0 级模型,考虑真实气体效应可以准确地算出破膜后激波的初始速度,将实验得出的激波衰减公式与理论计算的初始激波速度相结合,可以准确算出沿激波管不同位置处的激波速度,为设计标定激波管提供重要参考.

参 考 文 献

- 1 韩惠霖,汤林. 激波管中高动压的获得. 计量学报,1983,(1):25~30
- 2 范毓润. 高动压激波管中的非完全气体效应:[硕士论文]. 杭州:浙江大学力学系,1985
- 3 Mirles H. Attenuation in a shock tube due to unsteady boundary layer action. NACA R,1956,1333,82~90
- 4 谢锐生. 热力学原理. 北京:机械工业出版社,1980. 125~200

The Calculation of Shock Wave Speed in a Real Gas Shock Tube

Zhang Jingping Wang Jun

(Institute of Technology, Hujia Campus, Zhejiang University, Hangzhou, 310029)

Fu Zhoudong

(The state key laboratory of Fluid power Transmission and control, Zhejiang University, Hangzhou 310013)

Abstract In this paper, the speed of shock wave in the shock tube (H_2 is used as driving gas and CO_2 as driven gas) is calculated by two special steps. The initial shock wave speed is calculated by theory and, while it goes along the shock tube, calculated by a shock wave attenuation formula which comes from experiment. The result of the calculation is coincident with the experiment, which provide the reference for design the shock tube.

Key words shock wave shock tube shock attenuation