

三维坐标测量机测量齿轮齿形误差的研究

喻彩丽 吴作伦

(杭州应用工程技术学院 机电系 杭州 310012)

摘 要 在齿轮测量中,齿轮齿形误差的测量占有重要的地位.本文提出了利用三维坐标测量机对齿轮齿形误差进行高精度测量的一种方法.较好地解决了测球半径补偿问题,并和展成法(单盘式渐开线检查仪)测量结果进行比较,证明其结果是可信的.

关键词 三维坐标测量机 齿轮齿形误差 测量

中图分类号 TB302.3

在机械产品中,齿轮传动的应用是极为广泛的.凡有齿轮传动的机器或仪器,其工作性能、承载能力、使用寿命及工作精度等都与齿轮的制造精度有密切关系.

在齿轮传动中,渐开线圆柱齿轮具有许多优点,应用最为广泛.而渐开线齿轮的齿形误差,影响齿轮工作的平稳性和接触状态,因此,要使齿轮传动平稳,保证齿轮的正确连续啮合,必须严格控制齿形误差.此外,齿轮刀具如插齿刀等,对齿形误差要求也很高.同时,齿形测量又是齿轮加工工艺分析的一种重要手段.所以齿形测量在齿轮测量中占有重要的地位.根据《渐开线圆柱齿轮精度制》JB179-83标准规定,齿形误差 Δf_f 是在齿轮端截面上,齿形工作部分内(齿顶倒棱部分除外)包容实际齿形的两条设计齿形间的法向距离.由于设计齿形是以渐开线理论齿形为基础,所以在一般情况下,齿形误差仍是以被测实际齿形与理论渐开线齿形进行比较的结果.

渐开线齿形的测量方法^[1,2]通常分为:比较法、坐标法、投影法三种.本文对用三维坐标测量机测量齿轮齿形误差作一探讨,着重解决测球半径的补偿问题,以提供一种有效的齿形误差的测量方法.

1 三维坐标测量机进行齿轮齿形误差的测量

在三维坐标测量机上测量齿轮的齿形误差,将齿轮任意放在其工作范围内,以齿轮的回转轴为工作坐标系的一个坐标轴建立工作坐标系.根据齿形误差的定义,对于直齿圆柱齿轮,可在任一截面上沿轮齿的两异名齿面测取一系列点,而对斜齿圆柱齿轮应沿齿面的法线方向测取一系列点.为了控制测量误差,简化测量过程,无论对直齿圆柱齿轮和斜齿圆柱齿轮,测量均在垂直于齿轮回转轴的平面上进行.一般地,测量在平行于 XOY 平面内进行.

渐开线齿轮齿形误差的测量对象是齿轮的齿廓.测量齿廓时,如果按照以往测球半径补偿方法测量齿轮齿廓,由于采样运动方向与零件的法线不一致,会对测量结果带来误差.本文采用先测量

一系列测球中心二维坐标值,即实际齿廓线的等距曲线,然后用包络线求实际曲线上各点,最后求出齿形误差。

测量在 XOY 平面内进行.首先,记录测量球中心的二维坐标值,再通过求等距曲线的方法来获得实际轮廓曲线的离散点,而求等距曲线的关键是求得该曲线的法线方向.求取实际轮廓曲线的步骤如下。

设实际轮廓的曲线方程为 $Y=f(X)$,测球中心坐标值连线的曲线方程为 $y=f(x)$ 。

首先,求得测球中心坐标值连线的曲线方程为 $y=f(x)$,根据测得的坐标值 (x_i, y_i) ,我们很容易得到过该点的切线 $y=f(x)$ 及切线的法线方程 $y=-1/f'(x)$,如图 1 所示.所以可得方程组:

$$(Y_i - y_i)/(X_i - x_i) = f'(x)$$

$$(Y_i - y_i)^2 + (X_i - x_i)^2 = r^2$$

其中, X, Y 为所求的实际轮廓曲线上的点 x, y 所测得圆球中心坐标, r 为测球半径.不难理解:

$$\begin{cases} Y_i = y_i \pm r * y' / \sqrt{(1 + y'^2)} \\ X_i = x_i \pm r / \sqrt{(1 + y'^2)} \end{cases}$$

(公式中的正负号根据齿廓测量点的坐标位置取定.)

根据上述方法,可以得出渐开线齿轮的实际轮廓。

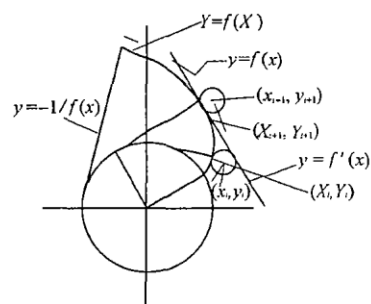
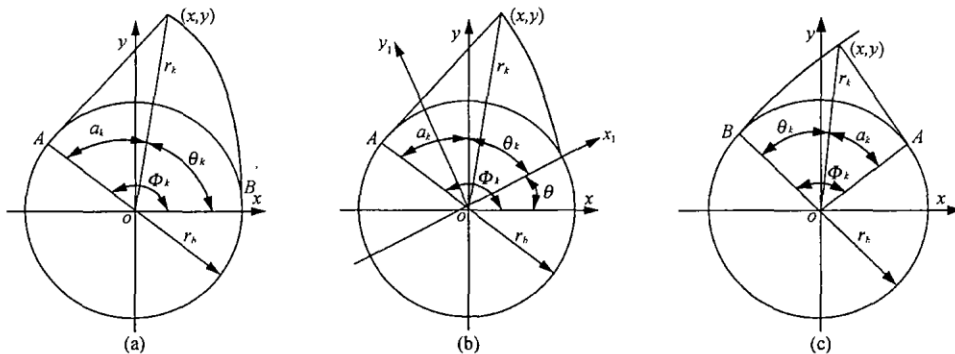


图 1 渐开线轮廓测量曲线

2 齿形误差的处理方法

根据渐开线的形成机理(如图 2. a),渐开线上任意一点的坐标值 (x, y) 可表示为:

$$x = r_k (\cos \phi_k - \phi_k \sin \phi_k) \quad y = r_k (\sin \phi_k + \phi_k \cos \phi_k) \quad (1)$$



图中 θ_k, a_k, ϕ_k 分别为测量点在各自的渐开线上的渐开线角、压力角、渐开线展角

图 2 渐开线形成机理图及齿形误差测量图

而在测量过程中,被测齿面所在理论渐开线的起始点的极角 θ 不一定为零(如图 2. b),那么被测点的坐标值为:

$$x = x_1 \cos \theta - y_1 \sin \theta \quad y = x_1 \sin \theta + y_1 \cos \theta \quad (2)$$

其中

$$x_1 = r_b (\cos \phi_k + \phi_k \sin \phi_k) \quad y_1 = r_b (\sin \phi_k - \phi_k \cos \phi_k) \quad (3)$$

(x_1, y_1 坐标系为旋转坐标系,即相对于 x, y 坐标系旋转的角度为起始点的极角 θ 值.)

测量时工件坐标系的 Z 轴与齿轮的回转轴重合,以齿轮基圆中心为工件的坐标原点.测量时,在实际齿面上采集一系列点 (x_i, y_i, z_i) , $i=0, 1, 2, \dots$,因为在 XOY 平面内进行,测量结果只与坐标 (x_i, y_i, z_i) 中的 (x_i, y_i) 有关.根据所测得的一系列实际轮廓的坐标点,可在 Mastercam 中画得实际齿

轮廓曲线^[3].

2.1 用算法求齿形误差

根据齿形误差的定义可得被测齿面的齿形误差 Δf_f 为:

$$\text{对直齿圆柱齿轮: } \Delta f_f = r_b(\theta_{\max} - \theta_{\min}) \cdot 1000$$

$$\text{对斜齿圆柱齿轮: } \Delta f_f = r_b(\theta_{\max} - \theta_{\min}) \cdot 1000 \cdot \cos \beta$$

其中 r_b 为齿轮基圆半径.

θ 为同一被测齿面上所有测点 (x, y) 所在各理论渐开线的起始点的极角, 我们通过下面方程求 θ :

$$\theta = \theta_j - \theta_k$$

$$\text{测点的极角: } \theta_j = \arccos(x / \sqrt{x^2 + y^2})$$

当被测齿面为右齿面且 $y \leq 0$ 时, 或被测齿面为左齿面且当 $y \geq 0$, 对 θ_j 应作修正如下:

$$\theta_j = 2\pi - \theta_j$$

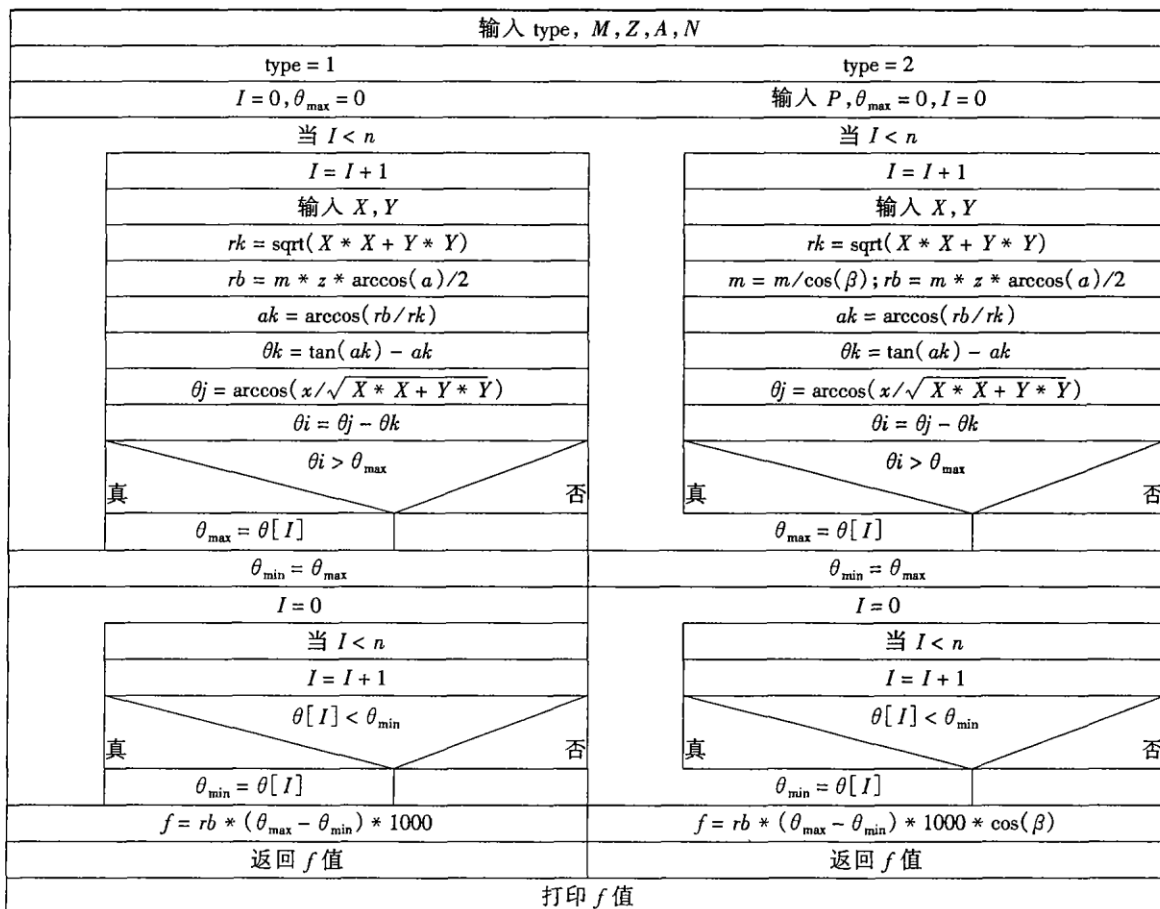
$$\text{测点的渐开线角: } \theta_k = \tan \alpha_k - \alpha_k$$

$$\text{测点处的压力角: } \alpha_k = \arccos(r_b - r_k)$$

$$\text{测点极径: } r_k = \sqrt{x^2 + y^2}$$

求出同一被测齿面上所有测点所在各理论渐开线的起始点的极角 θ 后, 再求出其中的最大角 θ_{\max} 和最小角 θ_{\min} . 如果 θ_{\max} 和 θ_{\min} 相差很大, 可作修正后, 再代入公式, 即可得到被测齿轮的齿形误差 Δf_f ^[3]. 表 1 给出了齿形误差计算的流程图.

表 1 用 C 语言编程流程图



下面我们以下规格:

对模数 $m=3$, 齿数 $z=21$, 压力角 $\alpha=20^\circ$ 的直齿圆柱齿轮进行测量, 将经坐标机测得的一系列点的 x, y 坐标值代入式 $\theta_j = \arccos(x/\sqrt{x^2+y^2})$, 计算出 $\theta_{\max}, \theta_{\min}$, 再代入公式 $\Delta f_f = r_b(\theta_{\max} - \theta_{\min}) \cdot 1000$, 计算出被测齿轮的齿形误差 Δf_f . 按照上述计算方法得到该齿轮的齿形误差 $\Delta f_f = 7\mu\text{m}$, 对斜齿圆柱齿轮可以用同样的方法得到齿轮的齿形误差.

2.2 用数据列表法求齿形误差

对上述同一齿轮, 根据理论渐开线方程(1)在 Mastercam 中画出理论渐开线齿轮轮廓曲线, 与实际的齿轮轮廓曲线进行比较, 根据测得位置的同一角度, 求得相对应的理论点的 (x, y) 坐标值, 两者比较见表 2.

表 2 理论测量和实际测量的比较

测量点	角度($^\circ$)	实 际			理 论			DIST 差值 (μm)
		DIST(mm)	X(mm)	Y(mm)	DIST(mm)	X(mm)	Y(mm)	
1	31.681	28.638	24.370	15.040	28.633	24.372	15.027	+5
2	31.912	29.043	24.654	15.353	29.040	24.651	15.351	+3
3	31.936	29.057	24.659	15.370	29.053	24.654	15.371	+4
4	32.246	29.536	24.980	15.759	29.532	24.980	15.749	+4
5	32.276	29.577	25.007	15.794	29.580	25.002	15.807	-3
6	32.405	29.756	25.122	15.946	29.758	25.123	15.953	-2
7	32.727	30.172	25.382	16.312	30.174	25.386	16.314	-2
8	32.738	30.185	25.390	16.324	30.188	25.392	16.327	-3
9	32.981	30.462	25.553	16.583	30.460	25.550	16.583	+2
10	33.246	30.804	25.762	16.888	30.801	25.760	16.886	+3

根据实际测得的值与理论值比较得到的差值和每个齿廓测点的压力角 α_k , 可求得实际齿廓和理论齿廓两者法向距离之差, 即为被测齿面的齿形误差, 最大值为被测齿轮的齿形误差.

$$S = \text{DIST}_{\text{实}} - \text{DIST}_{\text{理}}$$

$$\Delta f_f = (S_{\max} - S_{\min}) * \sin \alpha_k = 6.7\mu\text{m}$$

3 齿形误差测量结果验证

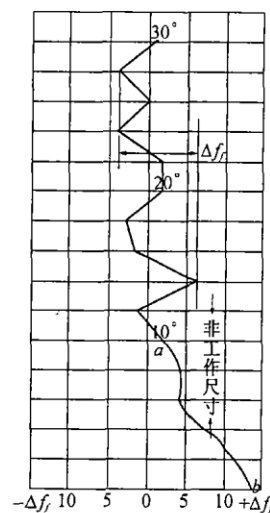
用单盘式渐开线检查仪测量同一齿轮的齿形误差 Δf_f . 该检查仪的测量原理是根据渐开线发生的原理, 使仪器产生一个理论渐开线轨迹与实际齿形进行比较.

测量时, 慢慢摇动横向手轮, 每当展开 2° 展开角, 进行一次读数. 齿形的一侧面测量结束后, 调整扭簧比较仪的零位, 然后测量齿轮另一侧面的齿形误差. 绘制展开角 ϕ 与齿形误差 Δf_f 的曲线图, 如下图 3 和表 3 所示, 可测得齿形误差 $\Delta f_f = 10\mu\text{m}$.

与前面的方法作比较. 在单盘式渐开线检查仪上进行齿轮齿形误差的测量, 因为存在基圆直径的制造误差和安装误差等因素而造成测量精度不高. 从上面数据可以得出由测量机实测齿轮, 经计算法得到的齿轮齿形误差与平盘式渐开线检查仪测量的结果相比相差十分之三. 两者结果在误差允许范围内, 误差值为 $3\mu\text{m}$.

表3 齿形误差的数据处理

测量点	展开角 ϕ°	理论展开长度 s (mm)	实际展开长度 s' (mm)	被测点的齿形误差 Δf_{fi} (μm)	齿形误差 Δf_f (μm)
1	2	0.984	0.994	+10	10
2	4	1.968	1.976	+8	
3	6	2.952	2.956	+4	
4	8	3.936	3.940	+4	
5	10	4.920	4.922	+2	
6	12	5.904	5.902	-2	
7	14	6.888	6.894	+6	
8	16	7.872	7.870	-2	
9	18	8.856	8.853	-3	
10	20	9.840	9.842	+2	
11	22	10.824	11.826	+2	
12	24	11.809	11.805	-4	
13	26	12.793	12.793	0	
14	28	13.777	13.773	-4	
15	30	14.761	14.762	+1	

图3 Δf_f 典型图

4 用三维坐标法测量齿轮的优点

投影法测量一般用标准齿形图比较,主要用于小模数齿轮.而三维坐标法测量(与渐开线测量仪相比较)是一种高效、精确的测量方法.测量时对于不同模数、不同齿数齿轮不需要专门基圆盘,这为单件或大直径齿轮的齿形误差测量提供了一种有效的方法.由于一般测量机空间精度 $\leq (3 + 4L/100)\mu\text{m}$.因此测量齿形误差结果的精度是比较高的,能满足5级精度测量需要.因此,在坐标测量机上测量齿轮的齿形误差是对坐标测量机的应用范围的扩大.

参 考 文 献

- 1 花国梁.精密测量技术.北京:中国计量出版社,1990.140
- 2 梁晋文.几何量实用测试手册.北京:机械工业出版社,1985.668
- 3 史恩秀.齿轮齿形误差的计算方法研究.南京航空航天大学学报,2000,增刊:68~70

Research about measuring gear form error by three co-ordinate measuring machine

Yu Caili Wu Zuoluen

(Hangzhou Institute of Applied Engineering, Hangzhou 310012)

Abstract In the gear measuring, the measuring on the shape of gear tooth is widely used and is quite important. Here brings forward a method about measuring the gear form error highly precision by three co-ordinate measuring machine. Through it, we have perfectly resolved the problem of measuring sphere radius reparation, and we have compared it with measuring results by out spreading method(single plate involute checking unit), it is proved that the result is practical.

Key words three co-ordinate measuring machine gear form error measurement