

多管法测定黏滞系数及 k 值的确定

李祖樟

(浙江科技学院 基础部, 浙江 杭州 310012)

摘 要: 用线性回归法求解多管法测黏滞系数实验的黏滞系数, 并确定 k 值。

关键词: 多管法; 线性回归法; 黏滞系数; k 值

中图分类号: O353.5

文献标识码: A

文章编号: 1671-8798(2003)03-0141-02

落球法测定液体的黏滞系数是以 Stokes 命名的定律和方法设计的实验, 实验方法简单、直观, 物理思想清晰明了, 对实验结果处理上应用了合理的数学修正和推理, 一般教材只给出最后的一些修正参数, 而其中一些重要参数可以从实验测量本身进行推导。笔者在多管法测量黏滞系数实验中利用线性回归法求得黏滞系数, 同时给出参数 k 值的求解公式。

1 落球法测液体黏滞系数

小球在液体中下落时的速度很慢, 球半径也很小, 且液体可以看成在各个方向上都是无限广阔的, 则有 Stokes 公式:

$$f = 6\pi\eta vr. \quad (1)$$

其中, η 为黏滞系数, r 为小球的半径, v 是小球的运动速度。小球在液体中受到三个力作用: 重力 G 、浮力 F 和黏滞阻力 f , 三力在同一方向上, 重力向下, 浮力和黏滞阻力向上, 开始时重力大于其他两力之和, 小球做加速运动, 但加速时间极短, 最后达到收尾速度 v_0 , 小球匀速下落, 此时有:

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g = 6\pi\eta rv_0, \quad (2)$$

则得到满足 Stokes 定律条件的黏滞系数表达式:

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9v_0}. \quad (3)$$

2 多管法测黏滞系数

在实际实验过程中, 无限广阔的条件很难实现, 如果考虑容器壁、容器深度、小球运动速度等因素的影响, 则黏滞力应为^[1]:

$$f = 6\pi\eta rv_0 \left(1 + k \frac{r}{R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{r}{H}\right) \left(1 + \frac{3}{16} R_e\right). \quad (4)$$

则

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9v_0 \left(1 + k \frac{r}{R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{r}{H}\right) \left(1 + \frac{3}{16} R_e\right)}. \quad (5)$$

收稿日期: 2003-03-24

作者简介: 李祖樟(1974—), 男, 浙江温州人, 助理工程师, 主要从事大学物理实验教学。

(5) 式即为有限容器中的黏滞系数表达式。

其中, R 为容器半径, H 为液体深度, 含 R 、 H 项反映容器壁和液体深度的影响, 含 R_e 项反映小球速度和半径的影响, $R_e = 2rv\rho_0/\eta$, 称为雷诺数。 k 是一常数, 反映小球直径、容器直径对结果的影响, 同时 k 值也受液体性质、温度影响; 其值由实验室给出, 有些教材给出 $k = 2.4$, 但 k 值对实验结果误差的影响最大, 一般应实时测量为妥。因此, 最理想的实验方法是采用多管法, 用一组不同半径的容器, 分别测量小球通过相同距离 s 所需的时间 t 值, 得到收尾速度 v , 再用线性回归法推出小球在无限广阔的液体中运动的收尾速度 v_0 。

3 线性回归法确定 k 值及 η 值

在半径为 R 的容器中, 小球通过 s 所需的时间为 t , 则(5) 式变为:

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2t}{9s\left(1 + k\frac{r}{R}\right)\left(1 + 3.3\frac{r}{H}\right)\left(1 + \frac{3}{16}R_e\right)} = \frac{t}{C\left(1 + k\frac{r}{R}\right)} \quad (6)$$

其中, $C = \frac{9s\left(1 + 3.3\frac{r}{H}\right)\left(1 + \frac{3}{16}R_e\right)}{2(\rho - \rho_0)gr^2}$, 则下落时间 t 和小球半径与容器半径比成线性关系, $t = C\eta + C\eta kx$, $x = r/R$, $x = 0$, $R \rightarrow \infty$ 即为无限广阔的条件。

由线性回归法可得:

$$c = C\eta k = \frac{\bar{x} \cdot \bar{t} - \bar{xt}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2}, \quad b = C\eta = \bar{t} - c\bar{x} \quad (7)$$

这样就可以得到液体黏滞系数:

$$\eta = \frac{\bar{t} - c\bar{x}}{C} \quad (8)$$

同时也可以得到系数:

$$k = \frac{c}{C\eta} \quad (9)$$

在求解过程中, 运算量比较大, 可以编程运算线性回归法系数 c 和 b , 用 MATLAB 语言:

$$t = b + cx,$$

输入:

$$x = \left[\frac{r}{R_1} \quad \frac{r}{R_2} \quad \frac{r}{R_3} \quad \frac{r}{R_4} \quad \frac{r}{R_5} \quad \frac{r}{R_6} \right],$$

$$t = [t_1 \quad t_2 \quad t_3 \quad t_4 \quad t_5 \quad t_6],$$

$$p = \text{polyfit}(x, t, 1),$$

输出的结果即为 b 和 c 值。

$$20^\circ\text{C 时}, \quad x = \left[\frac{1}{25} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{17} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{9.5} \quad \frac{1}{7} \right],$$

$$t = [12.35 \quad 13.22 \quad 16.68 \quad 17.98 \quad 18.35 \quad 20.30],$$

则

$$k = \frac{c}{C\eta} = 2.56。$$

4 结 论

采用多管法测量液体黏滞系数, 便于从理论上推广到无限广阔条件下求得黏滞系数公式, 再用线性回归法求解黏滞系数 η , 可以避开 $k = 2.4$ 的影响, 提高实验的准确度, 反过来可以确定这组实验仪器和该液体条件下的值, 方便做单管黏滞系数实验, 并直接利用(5) 式计算即可。

参考文献:

- [1] 钟龙云, 杜英磊, 熊永红, 等. 大学物理实验(第二册)[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1996, 74-75.

(下转第 153 页)