

确定矩形截面梁合理高宽比 m 的查表法

伍伟星¹, 林贤根²

(1. 浙江科技学院 土木工程学系, 浙江 杭州 310023; 2. 浙江树人大学 城建学院, 浙江 杭州 310015)

摘 要: 从弹性矩形截面梁的抗弯强度和整体稳定着手, 提出了梁的合理截面 ($m=h/b$) 设计的查表法。利用 VB6.0 对在各种荷载和约束条件下的矩形截面梁设计了一套合理截面计算程序, 并提供了合理截面设计的参数表。此方法可更加高效、合理地设计梁, 具有一定的使用价值。

关键词: 矩形截面梁; 稳定性; 抗弯强度; 查表法

中图分类号: TU323.3

文献标识码: A

文章编号: 1671-8798(2004)04-0254-05

在梁结构设计中, 如何选择优化合理截面是设计中必然要碰到的问题。笔者曾在文献[1]中初步作过矩形截面梁的合理截面的曲线法的探讨, 但在使用中仍存在不便。为此, 本文从考虑矩形截面梁的整体稳定性和抗弯强度出发, 设计了一套合理优化截面表, 为设计者快速确定梁的合理截面 ($m=h/b$) 提供了新的方法——查表法, 从而提高设计效率。

1 合理截面表的两大设计依据

1.1 矩形截面梁在纵向对称平面的稳定临界荷载 \tilde{p}_{cr}

根据文献[2, 3], 矩形截面梁在纵向对称平面的荷载作用下, 其梁整体稳定的临界荷载 $\tilde{p}_{cr}(P_{cr}, M_{cr}, q_{cr})$ 可由以下公式计算:

$$\begin{aligned} P_{cr} &= c_1 \frac{\sqrt{EI_y \cdot GI_T}}{L^2} \\ M_{cr} &= c_2 \frac{\sqrt{EI_y \cdot GI_T}}{L} \\ q_{cr} &= c_3 \frac{\sqrt{EI_y \cdot GI_T}}{L^3} \end{aligned} \quad (1)$$

公式(1)中, EI_y 为梁的侧向抗弯刚度; $I_y = b^3h/12$ 为截面对 y 轴的惯性矩; GI_T 为梁的抗扭刚度; $I_T = ab^4$ 为截面相当极惯性矩; L 为梁的长度; c_i 为荷载和约束型系数, 见表1。将公式(1)进行等效变换简化得:

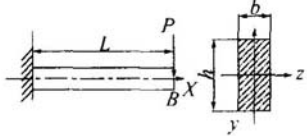

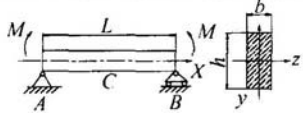
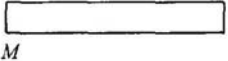
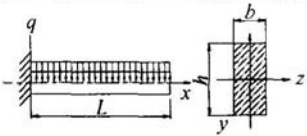
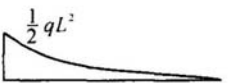
$$\begin{aligned} P_{cr} &= k_1 \sqrt{\frac{\alpha}{m^3}} \\ M_{cr} &= k_2 \sqrt{\frac{\alpha}{m^3}} \\ q_{cr} &= k_3 \sqrt{\frac{\alpha}{m^3}} \end{aligned} \quad (2)$$

收稿日期: 2004-06-07

作者简介: 伍伟星(1959—), 男, 浙江青田人, 高级讲师, 主要从事结构与力学的教学和研究。

公式(2)中, $k_1 = \frac{c_1 \sqrt{EG} \cdot A^2}{2 \sqrt{3} L^2}$, $A = b \cdot h$ 为横截面面积; $k_2 = \frac{c_2 \sqrt{EG} \cdot A^2}{2 \sqrt{3} L}$; $k_3 = \frac{c_3 \sqrt{EG} \cdot A^2}{2 \sqrt{3} L^3}$; $m = \frac{h}{b}$; α 见文献[4]。

表1 梁的类型与 M_{\max} 和 c_i 关系表

序号	荷载与梁的类型	弯矩图及最大弯矩	荷载和约束类型系数
1			$c_1 = 4.013$
2			$c_2 = \pi$
3			$c_3 = 12.85$

把公式(2)表达成通式如下:

$$\tilde{p}_{cri} = k_i \sqrt{\frac{\alpha}{m^3}} \quad (3)$$

公式(3)中, \tilde{p}_{cri} 称为相当稳定临界荷载。 $\tilde{p}_{cri} = p_{cr}$, $\tilde{p}_{cri} = M_{cr}$, $\tilde{p}_{cri} = q_{cr}$ 。

1.2 矩形截面梁抗弯曲时的最大许用荷载 \tilde{p}_{\max}

由材料力学可知,当梁只考虑弯矩时的抗弯强度条件为:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma] \quad (4)$$

则表1中各梁的最大弯曲许用工作荷载可分别表达成:

$$\begin{aligned} p_{\max} &= \mu_1 \sqrt{m} \\ M_{\max} &= \mu_2 \sqrt{m} \\ q_{\max} &= \mu_3 \sqrt{m} \end{aligned} \quad (5)$$

公式(5)中, $\mu_1 = \frac{[\sigma] \cdot A^{3/2}}{6L}$, 对应表1中序号1梁; $\mu_2 = \frac{[\sigma] \cdot A^{3/2}}{6}$, 对应表1中序号2梁; $\mu_3 = \frac{[\sigma] \cdot A^{3/2}}{3L^2}$

对应表1中序号3梁。

公式(5)表达成通式:

$$\tilde{p}_{\max i} = \mu_i \sqrt{m} \quad (6)$$

公式(6)中 $\tilde{p}_{\max i}$ 称为相当弯曲最大许用荷载。 $\tilde{p}_{\max 1} = p_{\max}$, $\tilde{p}_{\max 2} = M_{\max}$, $\tilde{p}_{\max 3} = q_{\max}$ 。

2 列出 m 和 \tilde{p}_{cri}/n_d 、 $\tilde{p}_{\max i}$ 之间的关系表

分析矩形截面高宽比($m = h/b$)的变化与 \tilde{p}_{cri}/n_d 、 $\tilde{p}_{\max i}$ 之间的关系。

为了清晰地了解 \tilde{p}_{cri}/n_d 、 $\tilde{p}_{\max i}$ 随 m 值变化走向的趋势,现列出 m 与 \tilde{p}_{cri}/n_d 、 $\tilde{p}_{\max i}$ 之间的关系表,如表2所示。

显然,由表2可以看出, \tilde{p}_{cri}/n_d 与 $\tilde{p}_{\max i}$ 分别为单调减函数和单调增函数,每给定一组参数,从理论上讲,

总存在着一矩形截面的高宽比值 m , 使得 \tilde{p}_{cri}/n_d 与 \tilde{p}_{maxi} 相等, 此时 m 值即为优化的合理截面的高宽比值。

表 2 m 与 \tilde{p}_{cri}/n_d 、 \tilde{p}_{maxi} 之间的关系

$m = h/b$	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	6.0	8.0	10.0
α	0.140	0.199	0.294	0.457	0.622	0.790	1.123	1.789	2.456	3.123
\tilde{p}_{cri}/n_d	$0.374 \frac{k_i}{n_d}$	$0.339 \frac{k_i}{n_d}$	$0.295 \frac{k_i}{n_d}$	$0.239 \frac{k_i}{n_d}$	$0.200 \frac{k_i}{n_d}$	$0.171 \frac{k_i}{n_d}$	$0.132 \frac{k_i}{n_d}$	$0.091 \frac{k_i}{n_d}$	$0.069 \frac{k_i}{n_d}$	$0.056 \frac{k_i}{n_d}$
\tilde{p}_{maxi}	μ_i	$1.095\mu_i$	$1.225\mu_i$	$1.414\mu_i$	$1.581\mu_i$	$1.732\mu_i$	$2.00\mu_i$	$2.449\mu_i$	$2.828\mu_i$	$3.162\mu_i$

注: $i = 1, 2, 3$, 指表 1 中梁的序号; n_d 为梁的稳定安全系数。

3 制定矩形截面梁的合理截面表

为了便于梁的设计者准确、快速地找到合理截面的 m 值, 根据表 2 给定一系列不同的参数, 笔者利用 VB6.0 设计了一套计算 m 值的程序, 只要通过计算机界面控件输入不同类型梁的有效长度 L (m)、截面面积 A (cm²)、材料的许用应力 $[\sigma]$ (MPa)、弹性模量 (E, G) 和稳定安全系数 n_d 等参数。即可由计算机找到一系列不同参数梁的合理截面 m 值。

现取钢材的许用应力分别为 $[\sigma] = 170$ MPa、 $[\sigma] = 230$ MPa、 $E = 200 \times 10^3$ MPa、 $G = 80 \times 10^3$ MPa 和稳定安全系数 $n_d = 4$ 。则表 1 所示的各梁在不同长度 L 和不同横截面积下的合理截面高宽比值(m)列出表 3、4、5 表示之。由表 1—5 可以看出: ① 有些格子不存在合理截面的高宽此值(m), 说明此时不存在失稳, 而只需要考虑弯曲强度问题; ② 表中各值为理论合理截面的高宽比, 在实际应用时, 建议选用在 $1.0 < m < 4$ 范围内。

表 3 表 1 中类型 1 的梁和荷载下的 m 值

A/cm^2											
L/m	$[\sigma]/\text{MPa}$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
2.0	170	4.9	5.7	6.3	6.8	7.3	7.6	8.0	8.3	8.6	8.9
	230	4.0	4.6	5.1	5.5	5.9	6.2	6.5	6.8	7.0	7.3
2.5	170	4.3	4.9	5.4	5.8	6.2	6.6	6.9	7.2	7.4	7.7
	230	3.4	3.9	4.4	4.7	5.0	5.3	5.6	5.8	6.0	6.2
3.0	170	3.7	4.3	4.8	5.1	5.5	5.8	6.0	6.3	6.5	6.8
	230	3.0	3.5	3.8	4.2	4.4	4.7	4.9	5.1	5.3	5.5
3.5	170	3.3	3.8	4.3	4.6	4.9	5.2	5.4	5.7	5.9	6.1
	230	2.7	3.1	3.4	3.7	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	4.9
4.0	170	3.0	3.5	3.9	4.2	4.5	4.7	5.0	5.2	5.4	5.5
	230	2.4	2.8	3.1	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.3	4.5
4.5	170	2.8	3.2	3.6	3.9	4.1	4.3	4.6	4.8	4.9	5.1
	230	2.2	2.6	2.9	3.1	3.3	3.5	3.7	3.8	4.0	4.1
5.0	170	2.6	3.0	3.3	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.7
	230	2.0	2.4	2.6	2.9	3.0	3.3	3.4	3.6	3.7	3.8

4 查表法确定 m 值应用

设计矩形截面的钢质悬臂梁的合理 m 值。已知: 梁的长度 $L = 4.5$ m, 钢材的许用应力 $[\sigma] =$

170 MPa, 横截面面积 $A = 14 \times 15^{-4}(\text{m}^2)$, 荷载作用在自由端纵向对称轴的形心处。

查表 1 得: $L_1 = 4.5 \text{ m}$, $A_1 = 10 \text{ cm}^2$, $m = 2.8$; $L_2 = 4.5 \text{ m}$, $A_2 = 15 \text{ cm}^2$, $m = 3.2$ 。现求: $L_3 = 4.5 \text{ m}$, $A_3 = 14 \text{ cm}^2$ 时的 m 值。由线性插值法则得: $m = 2.8 + (3.2 - 2.8) \times (14 - 10)/(15 - 10) = 3.12$ 。

表 4 表 1 中类型 2 的梁和荷载下的 m 值

A/cm^2											
L/m	$[\sigma]/\text{MPa}$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
2.0	170	4.2	4.8	5.3	5.7	6.1	6.5	6.8	7.0	7.3	7.5
	230	3.4	3.9	4.3	4.7	5.0	5.2	5.5	5.7	5.9	6.1
2.5	170	3.6	4.1	4.5	4.9	5.2	5.5	5.8	6.0	6.3	6.5
	230	2.9	3.3	3.7	4.0	4.2	4.5	4.7	4.9	5.1	5.2
3.0	170	3.1	3.6	4.0	4.3	4.6	4.9	5.1	5.3	5.5	5.7
	230	2.5	2.9	3.2	3.5	3.7	3.9	4.1	4.3	4.5	4.6
3.5	170	2.8	3.2	3.6	3.9	4.1	4.4	4.6	4.8	5.0	5.1
	230	2.2	2.6	2.9	3.1	3.3	3.5	3.7	3.9	4.0	4.1
4.0	170	2.5	2.9	3.3	3.5	3.8	4.0	4.2	4.3	4.5	4.7
	230	2.0	2.3	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.5	3.6	3.8
4.5	170	2.3	2.7	3.0	3.2	3.5	3.7	3.8	4.0	4.2	4.3
	230	1.8	2.1	2.4	2.6	2.8	2.9	3.1	3.2	3.3	3.5
5.0	170	2.1	2.5	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.7	3.9	4.0
	230	1.7	2.0	2.1	2.4	2.6	2.7	2.9	3.0	3.1	3.2

表 5 表 1 中类型 3 的梁和荷载下的 m 值

A/cm^2											
L/m	$[\sigma]/\text{MPa}$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
2.0	170	6.9	7.9	8.7	9.4	—	—	—	—	—	—
	230	5.6	6.4	7.1	7.6	8.1	8.6	9.0	9.4	9.7	—
2.5	170	5.9	6.8	7.5	8.1	8.6	9.1	9.5	9.9	—	—
	230	4.8	5.5	6.1	6.6	7.0	7.4	7.7	8.0	8.3	8.6
3.0	170	5.2	6.0	6.6	7.1	7.6	8.0	8.4	8.7	9.0	9.3
	230	4.2	4.8	5.3	5.8	6.2	6.5	6.8	7.1	7.3	7.6
3.5	170	4.6	5.4	5.9	6.4	6.8	7.2	7.5	7.8	8.1	8.4
	230	3.7	4.3	4.8	5.2	5.5	5.8	6.1	6.4	6.6	6.8
4.0	170	4.2	4.9	5.4	5.8	6.2	6.6	6.9	7.2	7.4	7.7
	230	3.4	3.9	4.4	4.7	5.0	5.3	5.6	5.8	6.0	6.2
4.5	170	3.9	4.5	5.0	5.4	5.7	6.0	6.3	6.6	6.8	7.1
	230	3.1	3.6	4.0	4.3	4.6	4.9	5.1	5.3	5.5	5.7
5.0	170	3.6	4.2	4.6	5.0	5.3	5.6	5.9	6.1	6.4	6.6
	230	2.9	3.4	3.7	4.0	4.3	4.5	4.8	5.0	5.2	5.3

5 小 结

使用本文设计的查表法的好处在于:第一,大大改进了笔者在文献[1]中的曲线设计法,为设计者减轻了劳动,提高了设计效率。第二,避免了现行工程书籍中先按强度设计截面再检验稳定性所带来的盲目性及可能造成的材料浪费。第三,利用此文章的思路可以对其他截面梁进行合理截面参数的设计,例如,工字钢梁的合理截面参数设计(笔者将另文论述)。第四,表 3、4、5 虽然是针对许用应力 $[\sigma] = 170 \text{ MPa}$ 和 $[\sigma] = 230 \text{ MPa}$ 材料设计的,但也可以利用插值法求得其他材料梁合理截面,因此,笔者认为有一定的使用价值。此外,设计时也可以直接通过设计软件输入简单的参数即可得到矩形梁的合理截面 m 值。

参考文献:

- [1] 林贤根. 在弹性范围内矩形截面梁的合理 m 值的确定[J]. 浙江农业大学学报, 1994, 20(5): 493—495.
- [2] 机械设计手册编写小组. 机械设计手册(第 1 卷)[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000. 231—232.
- [3] 波萨连科, 亚科符列夫, 马持维也夫. 材料力学手册[M]. 范钦珊, 朱祖成译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1981. 523—531.
- [4] 孙训方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学(上册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998. 125—126.

Method of check table for determing reasonable m value of rectangle section beam

WU Wei-xing¹, LIN Xian-gen²

(1. Dept. of Civil Engineering, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China;

2. Urban Architecture College, Zhejiang Shuren University, Hangzhou 310015, China)

Abstract: The paper puts forward the reasonable section ($m = h/b$) designing method that thinks beading strength and stability for the elastic range steel-beam in rectangle. When the rectangle beam is subjected to different transverse loads and various restrains, It designs the reasonable section procedure by the use of VB6.0, and thus provides the reasonable section $m = h/b$ parameter tables. With the method, efficiency can be increased in designing. The method has applied value.

Key words: rectangle section beam; stability; bending strength; method of check table