浙江科技学院学报，第 17 卷第 1 期，2005 年 3 月
Journal of Zhejiang University of Science and Technology
Vol. 17 No. 1, Mar. 2005

S_L-闭包空间

陶　波
（浙江师范大学 数理学院，浙江 金华 321004）

摘　要：介绍了 S_L- 闭包空间的概念，指出了它是 LF 拓扑空间中 S- 闭包算子的推广，并研究了它的收敛性；还提出了 S_L- 连续映射的概念，并讨论了它的性质和刻画；进一步以 S_L- 闭包空间为对象、S_L- 连续映射为态射，建立了 S_L 闭包范畴 S_L- CLOSURE。

关键词：格拓扑空间；S_L-闭包空间；S_L-收剑性；S_L-连续映射；范畴
中图分类号：O189.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1671-8798(2005)01-0004-05

S_L-closure spaces

TAO Bo
(College of Mathematics and Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

Abstract: The concepts of S_L-closure space is presented. It is a generalization of S-closure operator in LF topological space. We study the convergence of it ,introduce the S_L-continuous generalize order homomorphisms and get its properties and characters. Furthermore, the category S_L-CLOSURE is established by objects S_L-closure and homomorphisms S_L-continous mapping.

Key words: lattice topological space; S_L-closure space; S_L-convergence; S_L-continous mapping; category

在 L-fuzzy 拓扑空间中，存在几种重要的 LF 集：半开集和半闭集，正则正集和正则闭集，正则半开集和正则半闭集。由于这些 LF 集对交或并等作用不完全封闭，所以，它们不能形成拓扑。但是，由这些 LF 集可以建立起各种闭包算子，如文献[1,2]中以正则半闭集和半闭集为元分别介绍了 S- 闭包和 SR- 闭包。本文把它们推广到 S_L- 闭包空间和 RS_L- 闭包空间。模糊闭包空间理论是由 Mashhour，Ghanim 和 Srivastave 等人在文献[3～5]中首先建立的。本文介绍了上述两类闭包空间的概念，讨论了它们的收敛性，提出了 S_L- 闭包空间中的 S_L- 连续映射，并研究了它的性质和刻画；文中还建立了以 S_L- 闭包空间为对象、S_L- 连续映射为态射的 S_L- 闭包范畴 S_L-CLOSURE。

1　预备知识

在本文中，X，Y 等表示非空分明集，L，L_1，L_2 等表示带有逆合对应“$'$”的完全分配格。0，1 分别记 L 中的最小元和最大元，λ 是 L 中的非 0 并既约元。$M^*(L)=\{x_\lambda\in L^X: x\in X, \lambda\in M(L)\}$ 表示 L^X 的分子集。

定义 1.1[6,7]　设 $\delta\subseteq L^X$，称 δ 是 X 上的拓扑，

收稿日期：2004-03-08
作者简介：陶　波（1979—　），男，浙江上虞人，硕士，从事格上拓扑学研究。

若它满足下列条件：①$0_X,1_X \in \delta$；②若$U,V \in \delta$，则$U \wedge V \in \delta$；③若$\delta_1 \subseteq \delta$，则$\vee_{U\in\delta_1} U \in \delta$。这时称$(L^X,\delta)$是$L$-拓扑空间。

在L-拓扑空间(L^X,δ)中，$SC(L^X)$和$SO(L^X)$分别表示(L^X,δ)中的半闭集族和半开集族。对$A \in L^X$，A的S-闭包为：

$$c_s^*(A) = A_- = \wedge\{H \in SC(L^X) : A \leqslant H\}$$

2　S_L-闭包空间和S_L-收敛性

定义 2.1　一个映射$c_s : L^X \to SC(L^X)$称为是一个S_L-闭包算子，或者称为S_L-闭包，如果它满足下列条件：对任意$A,B \in L^X$，$(C_s1)c_s(0_X) = 0_X$；$(C_s2)A \leqslant c_s(A)$；(C_s3)若$A \leqslant B$，则$c_s(A) \leqslant c_s(B)$；$(C_s4)c_s(c_s(A)) = c_s(A)$。

这时(L^X,c_s)称为S_L-闭包空间，$F \in L^X$称为是(L^X,c_s)中的L_L-闭集，若$c_s(F) = F$，令$S\eta_{c_s} = \{F \in L^X : c_s(F) = F\}$。

定理 2.1　设(L^X,δ)是L-拓扑空间，$c_s^*(A)$为A的S-闭包，则对任意$A,B \in L^X$，①$c_s^*(0_X) = 0_X$，$c_s^*(1_X) = 1_X$；②$A \leqslant c_s^*(A)$；③若$A \leqslant B$，则$c_s^*(A) \leqslant c_s^*(B)$；④$c_s^*(c_s^*(A)) = c_s^*(A)$。

注记 2.1　从上述定理可知，L-拓扑空间中的S-闭包算子满足定义2.1中的所有条件。因此，一个L-拓扑空间(L^X,δ)可以导出一个S_L-闭包空间(L^X,δ)可以导出一个S_L-闭包空间(L^X,c_s^*)，其中c_s^*是(L^X,δ)的一个S-闭包算子。

例 2.1　设(L^X,δ)是一个L-拓扑空间。$RSC(L^X)$表示(L^X,δ)中的正则半闭集族。定义映射$c' : L^X \to SC(L^X)$为：

$\forall A \in L^X, c'(A) = \wedge\{F \in RSC(L^X) : A \leqslant F\}$。

则这样的c'显然满足定义2.1中的$(c_s1 \sim c_s3)$。而由于正则半闭集对任意交封闭，所以，c'也满足c_s4。即c'为一个S_L-闭包算子，(L^X,c')也为一个S_L-闭包空间。但同时又易见，c'与定义1.1中的c_s^*不同。由此可知，S_L-闭包空间是S-闭包算子的概念上的一种推广。

定义 2.2　设(L^X,c_s)是S_L-闭包空间。$x_\lambda \in M^*(L^X)$，$F \in S\eta_{c_s}$，若$x_\lambda \not\leqslant F$，则称$F$为$x_\lambda$的$S_L$-闭远域。若$E \in L^X$，$E \leqslant F \in S\eta_{c_s}$，且$x_\lambda \not\leqslant F$，则称$E$为$x_\lambda$的$S_L$-远域。令$S\xi(x_\lambda) = \{E \in L^X : E$是$x_\lambda$的$S_L$-远域$\}$。

定理 2.2　设(L^X,c_s)称为S_L-闭包空间。$x_\lambda \in M^*(L^X)$，$A \in L^X$，则$x_\lambda \leqslant c_s(A)$，当且仅当对任意$E \in S\xi(x_\lambda)$，$A \not\leqslant E$。这样的$x_\lambda$称为$A$的$S_L$-聚点。

证明　充分性　假设$x_\lambda \not\leqslant c_s(A)$，则$c_s(A) \in S\xi(x_\lambda)$。由$A \leqslant c_s(A)$可得到矛盾，即$x_\lambda$是$A$的$S_L$-聚点。

必要性　假设存在$P \in S\xi(x_\lambda)$，使得$A \leqslant P$，则存在$Q \in S\xi(x_\lambda) \cap S\eta_{c_s}$，使得$P \leqslant Q$，因此，$A \leqslant Q$。由$Q$是$S_L$-闭集可知，$c_s(A) \leqslant Q$。由$x_\lambda \not\leqslant Q$可得$x_\lambda \not\leqslant c_s(A)$。矛盾。

定义 2.3　设D是一个定向集。$M = \{(x^n)_{\lambda_n} : n \in D, x^n \in X, \lambda_n \in M(L)\}$为$(L^X,c_s)$中的一个分子网，$x_\alpha \in M^*(L^X)$。

(1) x_α称为是M的S_L-极限点或MS_L-收敛于x_α，若对于任意$P \in S\xi(x_\alpha)$，M最终不在P里（即$\exists\, n_0 \in D$，使得$\forall\, n \in D, n \geqslant n_0, (x^n)_{\lambda_n} \not\leqslant P$）。记为$M \to_{c_s} x_\alpha$。

(2) x_α称为M的S_L-聚点，若对任意$P \in S\xi(x_\alpha)$，M经常不在P里（即$\forall\, n \in D$，$\exists\, m \in D$，$m \geqslant n$时，有$(x^m)_{\lambda_m} \not\leqslant P$）。记为$M \propto_{c_s} x_\alpha$。

S的所有S_L-极限点之并记为S_L-lim$S$，S的S_L-聚点所有之并记为S_L-clu$S$。

定理 2.3　设S为(L^X,c_s)中的一个分子网，$e \in M^*(L^X)$，则：①$e \leqslant S_L$-lim$S$当且仅当$S \to_{c_s} e$；②$e \leqslant S_L$-clu$S$，当且仅当$S \propto_{c_s} e$。

证明　(1) 由定义2.3可知充分性显然。

必要性　设$e \leqslant S_L$-lim$S$则对每个$P \in S_\xi(e)$，存在$F \in S_\xi(e) \cap S\eta_{c_s}$，使得$P \leqslant F$。故有$S_L$-lim$S \not\leqslant F$。存在$S$中的一个$S_L$-极限点$\alpha$，使得$\alpha \not\leqslant F$。由于$S \to_{c_s} \alpha$，$S$最终不在$F$里，因此$S$最终不在$P$里。即$S \to_{c_s} e$。

(2) 同理可证。

定理 2.4　设(L^X,c_s)是S_L-闭包空间，$A \in L^X$，$e \in M^*(L^X)$。①若存在A里的分子网S使得$S \propto_{c_s} e$，则$e \leqslant c_s(A)$；②若$e \leqslant c_s(A)$，$S\xi(e)$是一个定向集，则存在A里的一个分子网S，使得$S \to_{c_s} e$。

证明　(1) 对任意的$P \in S\xi(e)$，由$S \propto_{c_s} e$可知S经常不在P里。所以，$A \not\leqslant P$。由定理2.2可知$e \leqslant c_s(A)$。

(2) 若对每个$A \in I$，$P \in S\xi(x_e)$，$A \vee P \neq 1$。

则 x_a 称为 I 的 S_L- 聚点,记为 $I \propto_{c_s} x_a$。

I 的 S_L- 极聚点所有之并记为 S_L-lim$I$。I 的所有 S_L- 聚点之并记为 S_L-clu$I$。

定义 2.4[8] 设 $\alpha \in L, A \subset L$, A 称为是 α 的一个极小集,若它满足:① $\vee A = \alpha$; ② 对 $\forall B \subset L$, $\vee B \geqslant \alpha, d \in A$,存在 $b \in B$,使得 $d \leqslant b$。

A 的所有极小集之并记为 $\beta(\alpha)$。$\beta^*(\alpha) = \beta(\alpha) \cap M(L)$ 称为 α 的标准极小集。

定理 2.5 设 I 是 (L^X, c_s) 中的一个理想,$e \in M^*(L^X)$。①$e \leqslant S_L$-lim$I$ 当且仅当 $I \to_{c_s} e$; ②$e \leqslant S_L$-clu$I$ 当且仅当 $I \propto_{c_s} e$。

证明 (1) 由定义 2.4 可知充分性显然。

必要性 设 $e \leqslant S_L$-lim$I$。假设 I 不 S_L- 收敛于 e,则存在 $F \in S\xi(e)$,使得 $F \,\overline{\in}\, I$。由 $F \in S\xi(e)$ 存在 $d \in \beta^*(\alpha)$,使得 $F \in S\xi(d)$。由 $d \leqslant e \leqslant S_L$-lim$I$ 可知存在 I 的一个 S_L- 极限点 u,使得 $d \leqslant u$。由 $S\xi(d) \subseteq S\xi(e)$ 可知 $I \to_{c_s} d$,即 $F \in I$。矛盾。因此 $I \to_{c_s} e$。

(2) 同理可证。

定理 2.6 设 (L^X, c_s) 是 S_L- 闭包空间,$A \in L^X$, $e \in M^*(L^X)$。$S\xi(e)$ 是一个定向集,则 $e \leqslant c_s(A)$ 当且仅当存在 L^X 里的一个理想 I,使得 $A \notin I$ 且 $I \to_{c_s} e$。

证明 **必要性** 设 $e \leqslant c_s(A)$。则由定义 2.4 知对任意 $P \in S\xi(e)$, $A \not\leqslant P$。令 $I = S\xi(e)$,则 I 是一个理想 $I \to_{c_s} e$ 且 $A \notin I$。

充分性 设理想 $I \to_{c_s} e$, $A \notin I$。则对每个 $P \in S\xi(e)$ 有 $P \in I$。因此 $A \not\leqslant P$,即 $e \leqslant c_s(A)$。

3 S- 连续的一般序同态

定义 3.1[8] 设 $f: L_1^X \to L_2^Y$ 是一个映射。称 f 为一般序同态,若它满足下列条件:①f 是保并的。即 $\forall A_s \in L_1^X, f(\vee_{s \in S} A_s) = \vee_{s \in S} f(A_s), s \in S$, S 是指标集。②$\forall B \in L_2^Y, f^-(B') = [f^\vdash(B)]'$。$f^\vdash(B) = \vee\{A \in L_1^X : f(A) \leqslant B\}$。

定义 3.2 设 (L_1^X, c_{s1}) 为 S_{L_1}- 闭包空间,(L_2^Y, c_{s2}) 为 S_{L_2}- 闭包空间,$f: L_1^X \to L_2^Y$ 为一般序同态。称 f 为 S- 连续的一般序同态,若对 (L_2^Y, c_{s2}) 中的任何 S_{L_2}- 闭集,$f^\vdash(B) = \vee\{A \in L_1^X : f(A) \leqslant B\}$ 是 (L_1^X, c_{s1}) 中的 S_{L_1}- 闭集。特别地,当 $L_1 = L_2 = L$, f 为 Zadeh- 型幂算子时,称 (L_1^X, c_{s1}) 和 (L_2^Y, c_{s2}) 间的 S- 连续的一般序同态为 S_L- 连续映射。等价地说,f 在 (L_1^X, c_{s1}) 和 (L_2^Y, c_{s2}) 之间 S_L- 连续当且仅当 $\{B \circ f : B \in S\eta_{c_{s2}} \subseteq S\eta_{c_{s1}}$。

设 (L^X, δ), (L^Y, μ) 是 L- 拓扑空间。$f: X \to Y$ 为一般映射,映射 $f^\to : L^X \to L^Y$ 和 $f^\leftarrow : L^Y \to L^X$ 在文献[7] 中定义为:

$\forall A \in L^X, \forall y \in Y, f^\to(A)(y) = \vee\{A(x) : x \in X, f(x) = y\}$

$\forall B \in L^Y, f^\leftarrow(B) = \vee\{A \in L^X : f^\to(A) \leqslant B\} = B \circ f$

定义 3.3 $f: L^X \to L^Y$ 称为 (L^X, δ) 到 (L^Y, μ) 的 S_L- 连续映射,若 $\forall B \in SO(L^Y), f^\leftarrow(B) \in SO(L^X)$。

注记 3.1 由注记 2.1 可知一个 L- 拓扑空间可导出一个 S_L- 闭包空间。设 (L_1^X, c_{s1}) 和 (L_2^Y, c_{s2}) 分别由 (L^X, δ) 和 (L^Y, μ) 导出,则对每个 S_L- 连续映射 $f: (L^X, \delta) \to (L^Y, \mu)$, $f^\to$ 是 (L_1^X, c_{s1}) 和 (L_2^Y, c_{s2}) 之间 S_L- 连续映射。又由半开集的余集是半闭集以及 $f^\leftarrow = (f^\to)^\vdash$ 可得到与定义 3.2 等价的问题。

定理 3.1 设 f 是 (L^X, δ) 到 (L^Y, μ) 的 S_L- 连续映射,当且仅当 $\forall B \in SC(L^Y), f^\leftarrow(B) \in SC(L^X)$。

定理 3.2 设 (L_1^X, c_{s1}) 为 S_{L_1}- 闭包空间,(L_2^Y, c_{s2}) 为 S_{L_2}- 闭包空间,$f: L_1^X \to L_2^Y$ 为一般序同态。则下列条件等价:① 是 f 的 S- 连续的一般序同态;② 对每个 $A \in L_1^X, f(c_{s1}(A)) \leqslant c_{s2}(f(A))$;③ 对每个 $B \in L_2^X, c_{s1}(f^\vdash(B)) \leqslant f^\vdash(c_{s2}(B))$;④ 对 $\forall e \in M^*(L^X), B \in S\xi f(e), f^\vdash(B) \leqslant S\xi(e)$;⑤ 对 (L_1^X, c_{s1}) 中的任意分子网 S,若 $S \to_{c_s} e$, $S\xi(e)$ 是一个定向集,则分子网 $f(S) \to_{c_s} f(e)$。

证明 (1)⇒(2) 对每个 $A \in L_1^X, A \leqslant f^\vdash(f(A)) \leqslant f^\vdash(c_{s2}(f(A)))$。由于 f 是 S- 连续的。所以,$c_{s1} \leqslant f^\vdash(c_{s2}(f(A)))$。即 $f(c_{s1}(A)) \leqslant c_{s2}(f(A))$。

(2)⇒(3) 对每个 $B \in L_2^Y, f^\vdash(B) \in L_1^X$。由(2)得:$f(c_{s1}(f^\vdash(B))) \leqslant c_{s2}(f(f^\vdash(B))) \leqslant c_{s2}(B)$,所以,$c_{s1}(f^\vdash(B)) \leqslant f^\vdash(c_{s2}(B))$。

(3)⇒(1) 设 B 为 (L_2^Y, c_{s2}) 中的任一 S_{L_2}- 闭集。由(3)得:$c_{s1}(f^\vdash(B)) \leqslant f^\vdash(c_{s2}(B)) = f^\vdash(B)$。又由 $f^\vdash(B) \leqslant c_{s1}(f^\vdash(B))$ 可知 $f^\vdash(B) = c_{s1}(f^\vdash(B))$。所以,$f^\vdash(B)$ 是 (L_1^X, c_{s1}) 中的 S_{L_1}- 闭集。即 f 是 S- 连续的一般序同态。

(4)⇒(1) 假设存在 (L_2^Y, c_{s2}) 中的一个 S_{L_2}- 闭集

B，$f^{\vdash}(B) \notin S\xi_{c_{s1}}$，则存在分子 $e \leqslant c_{s1}(f^{\vdash}(B))$，使 $e \not\leqslant f^{\vdash}(B)$。因此，$f(e) \leqslant B$。即 $B \in S\xi(f(e))$。由(4)可知 $f^{\vdash}(B) \leqslant S\xi(e)$。即存在 $F \in S\eta_{c_{s1}} \cap S\xi(e)$，使得 $f^{\vdash}(B) \leqslant F$。因此，$c_{s1}(f^{\vdash}(B)) \leqslant F$，$e \not\leqslant c_{s1}(f^{\vdash}(B))$。矛盾。即 $f^{\vdash}(B) \in S\xi_{c_{s1}}$。

(1)⇒(4) 设 $e \in M^*(L_1^X)$，$B \in S\xi f(e)$。则存在 $F \in S\eta_{c_{s2}} \cap S\xi(f(e))$，使得 $B \leqslant F$。由 f 是 S-连续可知 $f^{\vdash}(B) \in S\eta_{c_{s1}} \cap S\xi(e)$。因此，$f^{\vdash} \in S\xi(e)$。

(4)⇒(5) 设 $S = \{S(n) : n \in D\}$ 是 L_1^X 中的分子网，$e \in M^*(L_1^X)$。若 $S \to_{c_s} e$，则 $f(e) \in M^*(L_2^Y)$ 且 $f(S) \to_{c_s} f(e)$。事实上，对任意 $B \in S\xi(f(e))$，由(4)$f^{\vdash}(B) \in S\xi(e)$。由于 $S \to_{c_s} e$，则 $\exists\, n_0 \in D$，使得当 $n \geqslant n_0$ 时，$S(n) \not\leqslant f^{\vdash}(B)$，即 $f(S(n)) \not\leqslant B$。

(5)⇒(4) 假设存在 $e \in M^*(L_1^X)$，$B \in S\xi(f(e))$ 使得 $f^{\vdash}(B) \not\leqslant S\xi(e)$。则对任意 $E \in S\xi(e)$，$f^{\vdash}(B) \not\leqslant E$。所以，存在 $e(E) \in M^*(L_1^X)$，使得 $e(E) \leqslant f^{\vdash}(B)$ 且 $e(E) \not\leqslant E$。由 $S\xi(e)$ 是定向集可知 $S = \{e(E) : E \in S\xi(e)\}$ 是分子网。这时 $S \to_{c_s}$，$f^{\vdash}(e(E)) \leqslant B$，即 $f(S) \to_{c_s} f(e)$ 不成立。矛盾。

引理 3.1[8]　设 $f : L_1^X \to L_2^Y$ 是一般序同态，$f(A) = 1_Y$ 当且仅当 $A = 1_x$。若 I 是 L_1^X 中的理想，则 $f(I) = \{f(A) : A \in I\}$ 是 L_2^Y 的理想基。$f^*(I)$ 记由 $f(I)$ 生成的理想。若 f 是双射，则 $f(I)$ 是 L_2^Y 中的理想。若 ψ 是 L_1^X 中的滤子，则 $f(\psi) = \{f(P) : P \in \psi\}$ 是 L_2^Y 中的滤子基。

引理 3.2　设 $S = \{S(n) : n \in D\}$ 为 (L_1^X, c_s) 中的分子网。$I(S) = \{A : S$ 最终不在 A 里$\}$。则 $I(S)$ 是 L^X 中的理想且 $S_L\text{-}\lim S = S_L\text{-}\lim I(S)$。

证明　易知 $I(S)$ 是 L^X 中的理想。设 $e \in S_L\text{-}\lim S$，则 $S \to_{c_s} e$。对任意 $P \in S\xi(e)$，S 最终不在 P 里，所以，$P \in I(S)$。即 $I(S) \to_{c_s} e$。因此，$S_L\text{-}\lim S \leqslant S_L\text{-}\lim I(S)$。另一方面，设 $I(S) \to_{c_s} e$，则对任意的 $P \in S\xi(e)$，$P \in I(S)$。因此，S 最终不在 P 里，即 $S \to_{c_s} e$。所以，$S_L\text{-}\lim S \geqslant S_L\text{-}\lim I(S)$。

定理 3.3　设 $f : (L_1^X, c_{s1}) \to (L_2^Y, c_{s2})$ 是一般序同态，$f(A) = 1_Y$ 当且仅当 $A = 1_X$。f 是双射。则下列条件等价：① 对任意 $e \in M^*(L_1^X)$，$B \in S\xi(f(e))$，$f^{\vdash}(B) \in S\xi(e)$；② 若 I 的 L_1^X 中的理想，$I \to_{c_s} e$，$S\xi(e)$ 为定向集，则 $f(I) \to_{c_s} f(e)$。

证明　(1)⇒(2) 设 $B \in S\xi(f(e))$，则 $f^{\vdash}(B) \in S\xi(e)$。由 $I \to_{c_s} e$ 可得 $f^{\vdash}(B) \in I$。所以，$B = f(f^{\vdash}(B)) \in f(I)$。因此，$f(I) \to_{c_s} f(e)$。

(2)⇒(1) 假设存在 $e \in M^*(L_1^X)$，$B \in S\xi(f(e))$，使 $f^{\vdash}(B) \notin S\xi(e)$。令 $I = S\xi(e)$，则 I 是 L_1^X 中的理想且 $I \to_{c_s} e$。但由 $f^{\vdash}(B) \notin S\xi(e)$ 可知，$B \notin f(I)$ 且 $B \in S\xi(f(e))$。所以，$f(I) \to_{c_s} f(e)$ 不成立。矛盾。

定义 3.4　设 (L^X, c_s) 为 S_L-闭包空间，ψ 是 L^X 中的一个滤子(或滤子基)，$e \in M^*(L^X)$。e 称为是 ψ 的 S_L-聚点，若对任意 $P \in S\xi(e)$，$F \in \psi$，$F \not\leqslant P$。记为 $\psi \propto_{c_s} e$。

引理 3.3　设 ψ 是 (L^X, c_s) 中的一个滤子基。ψ^* 是 ψ 生成的滤子，$e \in M^*(L^X)$。则 $\psi^* \propto_{c_s} e$ 当且仅当 $\psi \propto_{c_s} e$。

证明　必要性由定义 3.4 即得。

充分性　设 $\psi \propto_{c_s} e$。对任意 $E \in \psi^*$，存在 $F \in \psi$，使得 $F \leqslant E$。所以，由定义 3.4 可知对所有 $P \in S\xi(e)$，$F \not\leqslant P$。因此，$E \not\leqslant P$。即 $\psi^* \propto_{c_s} e$。

定理 3.4　设 $f : (L_1^X, c_{s1}) \to (L_2^Y, c_{s2})$ 是一般序同态，$f(A) = 0_Y$ 当且仅当 $A = 0_X$。由下列条件等价：① 对任意 $e \in M^*(L_1^X)$，$B \in S\xi(f(e))$，$f^{\vdash}(B) \in S\xi(e)$；② 若 ψ 是 L_1^X 中的理想，$\psi \to_{c_s} e$，则 $f(\psi) \to_{c_s} f(e)$。

证明　(1)⇒(2) 设 $B \in S\xi(f(e))$，$F \in \psi$，则 $f(F) \in f(\psi)$。由(1)可知 $f^{\vdash}(B) \in S\xi(e)$。由 $\psi \to_{c_s} e$ 可得 $F \not\leqslant f^{\vdash}(B)$。所以，$f(F) \not\leqslant B$。故 $f(\psi) \to_{c_s} f(e)$。

(2)⇒(1) 假设存在 $e \in M^*(L_1^X)$，$B \in S\xi[f(e)]$，使 $f^{\vdash}(B) \notin S\xi(e)$。令 $\psi = \{f^{\vdash}(B)\}$，则 ψ 是 L_1^X 中的滤子基且 $\psi \to_{c_s} e$。事实上，对所有的 $F \in S\xi(e)$，$f^{\vdash}(B) \not\leqslant F$。而由 $f(f^{\vdash}(B)) \leqslant B$ 知 $f(\psi^*)$ 不 S_L-聚于 $f(e)$。矛盾。

4　范畴 S_L-CLOSURE

命题 4.1　设 L 为一个固定的 fuzzy-格，则由 S_L-闭包空间和 S_L-闭包空间之间的 S_L-连续映射形成一个范畴，这个范围记为 S_L-CLOSURE。

证明　在 S_L-CLOSURE 里，对象为 S_L-闭包空间，态射为 S_L-闭包空间之间的 S_L-连续映射。态射的复合为两个 S_L-连续映射之间的映射的复合，则

易证 S_L-CLOSURE 满足形成范畴的公理。

定义 4.1 一个映射 $c_{rs}: S_L \to RSC(L^X)$ 称为是一个 RS_S- 闭包算子，或称为 RS_L- 闭包，若它满足下条件，对任意 $A, B \in L^X$，$(c_{rs}1)\, c_{rs}(0_X) = 0_X$；$(c_{rs}2)\, A \leqslant c_s(A)$；$(c_{rs}3)$ 若 $A \leqslant B$，则 $c_{rs}(A) \leqslant c_{rs}(B)$；$(c_{rs}4)\, c_s(c_{rs}(A)) = c_{rs}(A)$。

这时，(L^X, c_{rs}) 称为 RS_L- 闭包空间。$F \in L^X$ 称为是 (L^X, c_{rs}) 中的 RS_L- 闭集，若 $c_{rs}(F) = F$。令 $RS\eta_{c_{rs}} = \{F \in L^X : c_{rs}(F) = F\}$。

定义 4.2 设 (L_1^X, c_{rs1}) 为 RS_{L_1}- 闭包空间，(L_2^Y, c_{rs2}) 为 RS_{L_2}- 闭包空间，$f: L_1^X \to L_2^Y$ 为广义序同态。称 f 为 RS- 连续的广义序同态，若对 (L_2^Y, c_{rs2}) 中的任何 RS_{L_s}- 闭集，$f^{\vdash}(B) = \vee \{A \in L_1^X : f(A) \leqslant B\}$ 是 (L_1^X, c_{rs1}) 中的 RS_{L_1}- 闭集。特别当 $L_1 = L_2 = L$，f 为 Zadeh- 型幂算子时，称 (L_1^X, c_{rs1}) 和 (L_2^Y, c_{rs2}) 间的 RS- 连续的广义序同态为 RS_L- 连续映射。

命题 4.2 设 L 为一个固定的 fuzzy- 格，则由 RS_L- 闭包空间和 RS_L- 闭包空间之间的 RS_L- 连续映射形成一个范畴。这个范畴记为 RS_L-CLOSURE，且 RS_L-CLOSURE 是 S_L-CLOSURE 的子范畴。

证明 由命题 4.1 和子范畴的定义即得。

注记 4.1 对于范畴 S_L-CLOSURE 的其他性质，限于篇幅本文不讨论。

参考文献：

[1] Chen S L, Wu J R. SR-convergence theory in fuzzy lattices[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 125: 233－247.

[2] 陈水利. 拓扑分子格中的 S-分离性[J]. 江汉石油学院学报, 1989, 11(1): 108－113.

[3] Mashhour A S, Ghanim M H. Fuzzy closure space [J]. J Math Anal Appl, 1985, 106: 154－170.

[4] Srivastava R, Srivastava A K, Choubey A. Fuzzy closure spaces[J]. J Fuzzy mathemativs, 1994, 2: 525－534.

[5] Srivastava R, Srivastava M. On T_0 and T_1-closure spaces[J]. Fuzzy Set and System, 2000, 109: 263－269.

[6] Liu Y M, Luo M K. Fuzzy topology [M]. Singapore: World Scientific Publisher, 1997.

[7] 王国俊. L-*fuzzy* 拓扑空间论[M]. 西安: 陕西师范大学出版社, 1988.

[8] Rodabaugh S E. Categorical frameworks for Stone Representation Theories[A]. Rodabaugh S E. Applications of Category Theory to Fuzzy Subsets[C]. Netherlands: Kluxer Academic Publishers, 1992. 177－231.

"栅栏技术和 HACCP 在软罐头腌制蔬菜中的应用研究"通过省级鉴定

2004 年 12 月 11 日，由浙江科技学院生物与化学工程学系蒋家新教授主持，黄光荣老师（在职博士）、活泼研究员（博士）等参加的浙江省科技计划项目"栅栏技术和 HACCP 在软罐头腌制蔬菜中的应用研究"通过省级鉴定。与会专家一致认为，课题的研究水平处国内领先水平，课题所取得的研究成果具有较好的经济效益和社会效益。

生物与化学工程学系