

提高空间解析几何教学质量的探索

胡丰华,周小燕

(浙江科技学院 理学院,杭州 310023)

摘要: 在解析几何的教学中,审美教育能激发学生学习数学的兴趣,提高其数学素质,进而提高教学质量;进行数学史教育,学史明理,同样可以激起学生的学习兴趣;突出思想方法、优化整合内容可以弱化满堂灌的教学方式,留给学生更多的自由创造和发展的空间;使用数学软件可以使教学直观生动形象;提高习题课的效率,重点解决学生在学习中的主要困难,启发学生通过对习题的讨论去积极思考、研究和探索。

关键词: 空间解析几何;教学质量;CAI技术;数学软件

中图分类号: G642.0;O182

文献标识码: A

文章编号: 1671-8798(2007)01-0060-04

On Improving Teaching of Space Analytic Geometry

HU Feng-hua, ZHOU Xiao-yan

(School of Science, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: In teaching of Space Analytic Geometry, education of aesthetic and mathematics history can stimulate students' interest, and improve their mathematics culture, which helps to improve the teaching. Giving prominence to ways of thought and optimizing content can ameliorate teaching methods, and give freedom for students to create and develop themselves. Using mathematics software to make teaching vividness, improving class exercises efficiency, solving the key problems in learning, and enlightening the students to think and seek the truth though discussing exercises should be adopted in teaching.

Key words: space analytic geometry; teaching quality; CAI technology; mathematics software

数学是研究空间形式(几何学)和数量关系(代数)的科学,几何是侧重研究空间形式的,而空间解析几何则是用代数方法研究空间几何图形的,它分析解决问题的基本思想方法,是正确地处理形与数这对矛盾的对立统一关系,通过对数的计算,来认识图形的性质及图形间的关系。解析几何教学的基

本任务是帮助学生认识现实的几何空间,培养学生的直觉能力;使学生学会几何思维方法,培养其更高层次的空间想象能力及逻辑推理能力。空间想象能力是解析几何教学中需要培养的基本能力之一,是人们对客观的空间形式进行观察、分析和抽象的能力,主要有以下4个方面的要求^[1]:

收稿日期: 2006-09-26

基金项目: 浙江科技学院高等代数与解析几何重点课程建设项目(0513)

作者简介: 胡丰华(1979—),男,浙江临安人,助教,主要从事信息与计算科学的教学与研究。

1)对基本的几何图形必须非常熟悉,并能正确画图。

2)能借助图形来反映并思考客观事物的空间形状及位置关系。

3)能借助图形来反映并思考问题,能用语言或用式子来表示空间形状及位置关系。

4)有熟练的识图能力。

另一方面,从层次上来讲,空间想象能力分为由低到高的三个层次,即空间观念建构能力、几何表象的能力、几何表象的操作能力。其中空间观念是基础的能力,表象操作则较难掌握,它以几何表象建构为基础,没有空间观念作为基础是很难建构起任何几何表象的,更高层次的空间想象能力是难以培养的。因此,空间想象能力的培养任务艰巨,需要一个很长的过程。

正因为如此,在教学中需要探讨教学方法,不能使学生陷在一大堆定义、定理的书本知识之中,应该以书本知识为载体,阐明包含在知识中的思想方法,培养和提高学生的能力,尤其是创新能力和综合素质。萧树铁先生在批评偏重符号演算和解题技巧的数学教学方法时说:“往往是一条只讲推理、不讲道理的最捷路线,使学生难以生动活泼、主动地学习。”笔者总结了自己的教学经验,就如何提高空间解析几何教学质量提出以下几点体会。

1 审美教育

数学是一个和谐、统一的整体,作为数学教师,在课堂上除了传授必要的数学知识外,还应在教学中适时进行数学审美教育,激发学生学习数学的兴趣,提高其数学素质,进而提高教学质量^[2]。数学中包含许多美的因素,而对称的几何形体使数学具有感官美。

美国建筑师理查德·迈耶是现代建筑中白色派的重要代表,他在罗马2000年教堂的方案设计中,使用了3片帆形双曲面来围合教堂主体部分的空间,不仅外观独特、优美,而且内部空间也充满了变化,并具有宗教建筑所要求的神秘气氛。

安东尼·高迪科尔内特是巴塞罗那建筑业的天才、大师、灵魂。他建筑生涯的顶峰是1883年接手的圣家教堂,这座教堂突破了基督教千篇一律的传统格局,用螺旋形的墩子、双曲面的侧墙和拱顶双曲抛物面屋顶,构成了一个象征性的复杂结构组合。教堂上部4个高达105 m的圆锥形塔高耸入云,纪

念碑昭示着不朽的神灵。塔顶是怪诞的尖叶柿,整个塔身通体遍布百叶窗,看上去像镂空的大花瓶。即使你对基督教一无所知,也会被这个建筑折服。

1958年在比利时举办的世博会上,飞利浦公司展馆由著名建筑师李·克普塞尔(Le Cobusier)设计,引起了公众的特别注意和轰动。展馆的外形如一顶帐篷覆盖在地面上,形如一顶奇形怪状的帐篷挑起3个尖尖的顶端。建筑物由12个双曲抛物面构成,每个双曲抛物面都相互交叠,并由框架的拱肋支撑,给人以强大的视觉冲击。

作为2008年北京奥运会的主体体育场,“鸟巢”总建筑面积25.8万m²,占地20.4 hm²,高度69.21 m。整个建筑造型呈马鞍形,混凝土结构主体分地下1层,地上7层,组成3层碗状斜看台,可容纳观众9.1万人。

这些实例会使学生惊奇,枯燥无味的数学竟然能与艺术美之间有着如此奇妙的关系,使学生不仅掌握了数学的理论知识,也感悟到了数学本身所蕴含的美。

2 数学史教育

进行数学史教育,学史明理。数学是累积性最强的基础性学科,数学本身就是历史的一种记录。解析几何产生于17世纪的欧洲,恩格斯曾说过,这是“那个伟大时代”的产物。解析几何产生的外部条件是社会生产发展和科技进步的客观要求,16世纪欧洲资本主义萌芽以来,工业的发展、劳动生产率的提高,新的生产技术的运用带来一些实际问题,要求给予理论的支持。例如,航海事业的发展不仅要求描绘船体部位的各种曲线,计算不同形状船体的面积、体积及确定重心的方法以造出各种航船,而且要求天文学计算测定经纬度的问题;火器的发展和使用,要求正确描述抛体运动的性质,并对此做出定量分析等等。所有此类的问题,要给出定量的描述,都难以在常量数学范围内获得解决,人们迫切地寻求解决变量问题的新的数学方法,这就促使解析几何的产生^[3]。数学自身的发展所具备的条件是解析几何产生的内在条件,包括初等数学的日臻成熟和当时数学观和数学方法论的重大变化。在外部和内在条件成熟的情况下,费马和笛卡儿几乎同时发现了解析几何。到了19世纪,经典解析几何已经发展得相当完备。作为有效的数学工具,解析几何至今仍被应用于现代科技的各个领域。作为传授数学知

识的教师,在课堂上将数学的历史知识、观点和思想渗透于教学之中,一方面弘扬优秀文化,另一方面也使学生了解本课程的历史,从而激发学习的兴趣。

3 突出思想方法,优化整合内容

布鲁纳认为:无论我们教什么学科,务必使学生理解该门学科的基本结构,对于一门学科来说,没有什么比它如何思考问题的方式更为重要的事情。解析几何研究问题的基本思想和方法是解析几何的灵魂,用这些基本的思想和方法指导教学改革,在教学改革中贯彻这些思想和方法,如:由几何直观到代数方程,由代数方程到几何直观的研究方法,化归思想,类比思想,数形结合思想等等。掌握了这些思想和方法,就掌握了关键,就能宏观地、合理地处理解析几何各部分的内容。“宁可不能论证,但求能够想象”,可以通过教会学生从圆柱面、圆锥面出发去推出一般柱面、锥面、旋转面的生成方法,进而培养学生推理的能力,从而激发学生的学习兴趣。因此,要处理好精讲与泛讲的关系,做到有精有泛,有深有浅,以主带次。如果对全部内容泛泛地讲一遍,效果肯定是极其一般的,所以在教学中必须讲透,力求使学生理解每个章节的基本概念及内在联系,培养学生的分析能力和逻辑推理能力。对于重点讨论的一节,详细推演和叙述,特别要突出采用的方法和体现的数学思想,对体现相同思想方法,采用相同研究的内容进行压缩、精减、重建,使内容简明,方法突出,思想突出,利学利教。例如,研究平面和直线采用了相同的方法,所以可以详细探讨平面方程的建立,而对于直线方程,可以让学生通过类比进行自主探索。又如在常见的二次曲面一章中,柱面、锥面、旋转曲面的研究方法是从几何直观到代数方程,具体地说,就是从图形的几何特征出发,采用“消参数法”建立曲面方程。因此,在教学内容处理上,可以把这几节整合在一起,重点讨论其中一种曲面,对于其他两种曲面简化处理,引导学生紧紧把握“消参数法求方程”这种方法,开展讨论,自主学习。再如,双曲面、椭球面和抛物面的研究方法是从代数方程到几何直观,具体讲,都是从标准方程出发,采用“平行截线法”这个基本方法来研究曲面的形状和性质,因此,在教学内容处理上,同样可以把这几节整合在一起,重点讲授其中一种曲面,其余两种曲面简单讲解,主要是学生自主探究。还有,在正交变换和仿射变换中,详细讲述平面的正交变换和仿射变换,空间的正

交变换和仿射变换可以由学生按照同样的方法去研究。这样一来,改善了满堂灌的教学方式,留给学生更多的自由创造和发展的空间。

4 使用 CAI 技术

应用 CAI 技术改善和提高教学效果是当前教学改革的一个方向,一方面,它提供外部刺激的多样性有利于知识的获取;另一方面,人机对话有利于激发学生的学习兴趣 and 认知主体作用的发挥。方式是针对教学目标和教学对象的特点,合理地选取、设计教学内容并与 CAI 信息媒体进行有机结合,从而优化教学结构,提高教学效果和教学效率。对于课堂上难以讲清的抽象理论和图形形成过程,利用计算机的图形和动画功能进行模拟,使之形象化、具体化。在空间解析几何教学中,图形教学是很重要的,空间概念的建立,各种曲面的研究,各种方程的建立都离不开图形,但空间图形既难画又费时,很多几何图形如果用手画在黑板上,一是准确性较差,二是学生看起来不够清楚,如果用课件的话,通过电脑画的几何图清晰,而且可以用不同侧面去观察图形。比如在介绍椭球面的性质时,用电脑演示不同的平面截椭球面所得曲线的形状,突出用“平行截线法”来研究曲面的性质,这样就展示了对象形成的过程,揭示了对象的本质,教学就变得直观、形象、生动,提高了教学效果,也增加了课堂教学的信息量。激发了学生的学习兴趣,从而产生强烈的求知欲望,形成学习的动机,为今后的进一步认识做准备。笔者根据自己的教学经验,设计并制作了《空间解析几何》多媒体教学课件,课件是遵循刺激—反应—强化—概括—迁移的学习过程进行创意设计的,较好地实现了启发思维由浅入深、由低至高、由直观到抽象、由实际问题到数学问题的演变思维认知过程。课件使用与传统的板书教学结合起来,有效地控制讲课的节奏,给学生留有充分的思考时间,收到了良好的效果。

5 利用数学软件辅助教学

MathCAD 是功能强大的专业数学软件,具有数值计算、符号演算、数据可视化和程序编制等功能,将 MathCAD 较强的图形动画功能应用于解析几何教学,使教学直观生动形象,同时给出实例的程序编写和动画实现过程,在解析几何教学中有一定的应用价值。对于空间想象力不够的学生,准确地把握三维空间中的图形及图形之间的位置关系比较

困难,而借助 MathCAD 的三维绘图功能,可以快捷、准确地绘出图形,有利于学生观察掌握图形之间的位置关系、突破教学难点。柱面和锥面以及其他旋转曲面的形成过程可以通过 MathCAD 准确地演示出来。在实际问题中,有时会遇到几个曲面所围成的空间区域,学生往往难以想象出形成的是怎样的图形,利用 MathCAD 编制程序就可以方便地观察区域和交线。在解析几何中,动点的轨迹问题是教学中的一个难点,描绘动点轨迹的形成过程,用板书或教师的讲解无法生动形象地表现,而使用 MathCAD 制作动画,可以使学生直观地观察动点变化形成轨迹的过程。MathCAD 在解析几何的教学中应用十分广泛,是一个非常好的辅助工具,特别是在图形的可视化和动态演示方面,它激发了学生的学习兴趣,增强了学生的创新能力和创新意识,提高了教学质量,能促进學生更好地掌握数学基础理论。

Matlab 也是集数值计算、符号计算和图形可视化三大基本功能于一体的大型软件,广泛应用于科学研究、工程计算、动态仿真等领域。它在空间解析几何教学中同样具有可以描绘三维空间图形、判定空间图形间的位置关系、研究曲面的形成过程、演示动点轨迹的形成等功能。其作用与 MathCAD 基本类似,同样是解析几何教学的一个有力辅助工具。

在教学中,可以重点使用一个软件,另外一个软件作简单介绍,让学生课后自主学习。

6 充分发挥习题课的作用

理想的教学模式不是以老师为主体,学生为客体的简单的单向灌输,而是二者之间互为主体的双向讨论、交流、沟通。因此,在教学过程中,教与学双方只有形成一种互沟互生的良性互动,才能达到理想的教学效果,尤其是必须充分发挥习题课的作用。习题课重在帮助学生掌握课堂讲授的基本概念、基

本理论、基本方法。空间解析几何概念、定理、符号和运算规律多,内容相互纵横交错,知识前后联系紧密,面对习题学生常常无从下手,所以习题课的设置非常必要。

1)设置具有典型性、代表性的例题,以充分体现所学知识和总结各部分知识间的联系及运用的规律,便于学生将所学知识融会贯通,举一反三,引导学生用所学到的知识解决实际问题,帮助学生提高动手能力。

2)将典型题型归类,总结知识运用的规律,以克服学生面对习题无从下手的问题。

习题课是学生对所学知识加深认识的重要环节,所以必须提高习题课的效率,重点解决学生在学习中的主要困难,启发学生通过对习题的讨论去积极思考、研究和探索规律,这对提高教学质量有很好的作用。

7 结 语

空间解析几何是大学的一门基础课程,为代数学提供了几何模型,也为物理学和工程技术提供了必要的数学工具,这门课程的学习对于大学后续课程起到基础作用。因此,教师必须提高教学质量,培养和提高学生的能力,尤其是创新能力和综合素质,使学生能有效地利用所学数学知识和专业知识解决实际中遇到的问题。

参考文献:

- [1] 余大鹏. 解析几何教学中要处理好的几个问题[J]. 渝西学院学报:自然科学版, 2004, 3(4): 76-79.
- [2] 马世祥, 王丽. 解析几何中的审美教育[J]. 甘肃高师学报, 2005, 10(2): 68-69.
- [3] 骆祖英. 数学史教学导论[M]. 杭州: 浙江教育出版社, 1996.