浙江科技学院学报,第 20 卷第 2 期,2008 年 6 月
Journal of Zhejiang University of Science and Technology
Vol.20 No.2, June 2008

VES 生产函数的主要性质及其数学证明

陈庆能
(浙江科技学院 经济管理学院,杭州 310023)

摘　要: VES 生产函数是一种重要却未能获得广泛使用的生产函数,为了促进 VES 生产函数在经济研究中的应用,对 VES 生产函数的主要性质进行了概括,并着重对这些性质进行了数学证明。论证结果表明:VES 生产函数是一种具有诸多优良性质的生产函数。在此基础上,从实证的角度对 VES 生产函数在实际经济中的应用进行了探索。
关键词: 生产函数;CES 生产函数;VES 生产函数
中图分类号: O175.4;F224.9　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1671-8798(2008)02-0081-06

Main natures and mathematical proof of VES production function

CHEN Qing-neng
(School of Economics and Management, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: VES production function is an important versus rarely used production function. To promote the application of VES production function in the economic study, this paper generalizes the main natures of it and testifies them. The result indicates that VES production function has many good natures. Based on this analysis, this paper explores the application of VES in the real economy.

Key words: production function; CES production function; VES production function

20 世纪 20 年代末,美国经济学家 Cobb 和 Dauglas 提出了生产函数一词,并导出了著名的 Cobb-Dauglas 生产函数(简称 C-D 生产函数)。此后,Dulaner、Solow 等经济学家对它进行了改进,使其成为体现技术进步的生产函数。但是,C-D 生产函数仍然存在诸多不足,其最主要的不足之处正如 Arrow、Chenery、Minhas、Solow 所指出的,在于 C-D 生产函数必须对投入要素之间的替代模式进行事先设定,特别是该函数要求所有投入要素之间的替代弹性必须等于 1[1]。

为了改进 C-D 生产函数的这一缺陷,Arrow、Chenery、Minhas、Solow 提出了常替代弹性(Constant Elasticity of Substitution, CES)生产函数,通过将替代弹性视为一个未知参数而提高了变通性。这样,生产函数中各个要素之间的替代可能性在不同部门、不同企业之间的差异性便得到了反映与体现。

然而,在 CES 生产函数中,替代弹性虽然可以为任意常数,但该常数对于某一特定的生产函数来说是不变的,具体来说,该函数的替代弹性系数是由

收稿日期: 2008-01-21
作者简介: 陈庆能(1973—　),男,湖南郴州人,讲师,博士研究生,主要从事西方经济学、自然资源与环境经济学研究。

外生参数决定的。而实际上,替代弹性在不同的样本点上可能是不同的,因为替代弹性的大小既可能随要素之间的相对稀缺性的变化而变化,也可能因技术水平的变化而变化。可见,替代弹性应该是变化的,而非恒定的。为了反映替代弹性的这些特性,Revankar、Sato、Hoffman 提出了变替代弹性(Variable Elasticity of Substitution, VES)生产函数。该函数的替代弹性不再为常数,而是随要素之间的相互替代难易程度的变化而变化,或者随技术水平的变化而变化。

VES 生产函数与 CES 生产函数的主要区别在于后者的替代弹性系数为常数,特别是作为 CES 生产函数特例的 C-D 生产函数的替代弹性系数为 1,而前者的替代弹性系数不为常数,而是随要素之间的相对稀缺性的变化而变化,或因技术水平的变化而变化。因此,相对于 CES 生产函数的不变替代弹性系数而言,VES 生产函数的变替代弹性系数更符合现实的经济情况。然而,在目前的经济研究中,C-D 生产函数、CES 生产函数远比 VES 生产函数使用广泛。导致 VES 生产函数未能获得广泛使用的原因有很多,最主要的原因是 VES 生产函数的形式比 C-D 生产函数、CES 生产函数的形式复杂,同时研究人员对 VES 生产函数的主要性质还缺乏相应的了解。

本文对 VES 生产函数的主要性质进行了简要概括,并着重对这些性质进行数学证明,以期说明 VES 生产函数是一种符合诸多经济学假设的生产函数。同时,也希望此研究成果能促进 VES 生产函数在经济研究中的应用。

1 VES 生产函数的形式

假定技术进步为 Hick 中性, VES 生产函数的一种形式可以表示为:

$$Y = f(K, L) = AK^{\frac{1}{1+c}}\left[L + \left(\frac{b}{1+c}\right)K\right]^{\frac{c}{1+c}} \quad (1)$$

其中 A、b、c 为外生参数, K 表示资本, L 表示劳动[2]。

对式(1) 变形可得:

$$Y^{1+c} = A^{1+c}K\left[L + \left(\frac{b}{1+c}\right)K\right] \quad (2)$$

构造隐函数:

$$F(K, L, Y) = Y^{1+c} - A^{1+c}K\left[L + \left(\frac{b}{1+c}\right)K\right] \quad (3)$$

对式(3) 求偏导得:

$$\frac{F}{K} = -A^{1+c}(L + bK)\left[L + \left(\frac{b}{1+c}\right)K\right]^{-1} \quad (4)$$

$$\frac{F}{L} = -cA^{1+c}K\left[L + \left(\frac{b}{1+c}\right)K\right]^{-1} \quad (5)$$

$$\frac{F}{Y} = (1 + c)Y^{c} \quad (6)$$

2 VES 生产函数的主要性质及其数学证明

2.1 一次齐次性

以常数 t 乘以函数 f 的每一个自变量,如果有:

$$f(tx_1, \cdots, tx_n) = t^r f(x_1, \cdots, x_n)$$

则称该函数为 r 次齐次函数,如果 $r = 1$,则称函数 f 为一次齐次函数。从经济上看,生产函数的齐次性主要是用来度量规模收益的,如果 $r > 1$ 则意味着规模收益递增;如果 $r = 1$ 则意味着规模收益不变;如果 $r < 1$ 则意味着规模收益递减。

在式(1) 中,用 tK、tL 分别替代 K、L,有:

$$\begin{aligned} f(tK, tL) &= \\ & A(tK)^{\frac{1}{1+c}}\left[tL + \left(t\frac{b}{1+c}\right)K\right]^{\frac{c}{1+c}} = \\ & t^{\frac{1}{1+c}+\frac{c}{1+c}}AK^{\frac{1}{1+c}}\left[L + \left(\frac{b}{1+c}\right)K\right]^{\frac{c}{1+c}} = \\ & tY = tf(K, L) \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7) 可知, $r = 1$,即 VES 生产函数为一次齐次函数。

2.2 符合边际收益递减规律

边际收益递减规律是指在给定其他要素投入不变的情况下,增加某种要素投入所带来的产出增加量,将随该要素投入的增加而递减。

用 MP_K、MP_L 分别表示资本的边际产量和劳动的边际产量,根据定义,有:

$$MP_K = -\frac{\frac{F}{K}}{\frac{F}{Y}} \quad (8)$$

$$MP_L = -\frac{\frac{F}{L}}{\frac{F}{Y}} \quad (9)$$

将式(4)、(5)、(6) 代入式(8)、(9) 可得:

$$MP_K = -\frac{\frac{F}{K}}{\frac{F}{Y}} = \frac{(L + bK)}{[(1 + c)L + bK]} \cdot \frac{Y}{K} \quad (10)$$

$$\mathrm{MP}_L = -\frac{\frac{F}{L}}{\frac{F}{Y}} = \frac{cY}{[(1+c)L+bK]} \qquad (11)$$

要证明边际收益递减,只需证明:

$$\frac{(\mathrm{MP}_K)}{K} < 0;$$

$$\frac{(\mathrm{MP}_L)}{L} < 0$$

分别对式(10)和式(11)求关于 K 和 L 的偏导,有:

$$\frac{(\mathrm{MP}_K)}{K} = \frac{(bY + bK\mathrm{MP}_K + L\mathrm{MP}_K)[(1+c)L+bK]K}{[(1+c)L+bK]^2 K^2} - \frac{(L+bK)Y[(1+c)L+2bK]}{[(1+c)L+bK]^2 K^2} \qquad (12)$$

$$\frac{(\mathrm{MP}_L)}{L} = \frac{c\mathrm{MP}_L[(1+c)L+bK] - c(1+c)Y}{[(1+c)L+bK]^2} \qquad (13)$$

再将式(10)、(11)分别代入式(12)、(13)可得:

$$\frac{(\mathrm{MP}_K)}{K} = \frac{-cL^2Y}{[(1+c)L+bK]^2K^2} < 0 \qquad (14)$$

$$\frac{(\mathrm{MP}_L)}{L} = \frac{-cY}{[(1+c)L+bK]^2} < 0 \qquad (15)$$

得证。

2.3　符合边际技术替代率递减规律

边际技术替代率递减规律是指在保持产出不变的前提下,增加某种要素投入量所能替代的另一种要素的投入量将随该要素投入量的增加而不断减少。

根据边际技术替代率的定义,有:

$$\mathrm{TRS} = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}L} = -\frac{\mathrm{MP}_L}{\mathrm{MP}_K} \qquad (16)$$

将式(10)、(11)代入式(16)可得:

$$\mathrm{TRS} = -\frac{\mathrm{MP}_L}{\mathrm{MP}_K} = -\frac{cK}{(L+bK)} = -\frac{c}{\left(\frac{L}{K}+b\right)} \qquad (17)$$

由式(17)可以看出,L 对 K 的替代能力随 L 的增加而减少,随 K 的增加而增加,满足边际技术替代率递减规律。

2.4　等产量曲线具有严格的凸性

凹(凸)函数是指其在整个定义域内呈现峰形(谷底)的函数,凹(凸)函数在其定义域内呈现的性质则被称为凹(凸)性。如果峰形或谷底包含一个或者多个平坦(相对于弯曲)的部分,比如线段(在曲线上)或者线段和平面(在曲面上),则称为非严格凹(凸)函数;如果峰形或谷底不包含一个或者多个平坦(相对于弯曲)的部分,则称为严格的凹(凸)函数。严格的凹(凸)函数的极值必定是唯一的绝对极大值。

从经济上看,经济学的许多结论如边际收益递减规律、边际技术替代率递减规律等都依赖于凹(凸)性假设。同时,最优分析方法所要求的函数在其定义域呈现极值的充分必要条件,也可由凹(凸)性得到满足。

定理 1　设函数 $z = f(x_1, \cdots, x_n)$ 为二阶连续可微函数。因为该函数的二阶偏导数存在,故 $\mathrm{d}^2 z$ 有定义。则函数的凹性和凸性可以用 $\mathrm{d}^2 z$ 的符号来检验:当且仅当 $\mathrm{d}^2 z$ 处处为负半定(正半定)时,二阶连续可微函数 $z = f(x_1, \cdots, x_n)$ 是凹函数(凸函数)。当(但不是仅当)$\mathrm{d}^2 z$ 为处处负定(正定)时,函数 $z = f(x_1, \cdots, x_n)$ 为严格凹函数(凸函数)[3]。

由式(17)可知:

$$\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}L} = -\frac{\mathrm{MP}_L}{\mathrm{MP}_K} = -\frac{cK}{(L+bK)}$$

对式(17)求导,可得:

$$\frac{\mathrm{d}^2K}{\mathrm{d}L^2} = -c\frac{\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}L}(L+bK) - K\left(1+b\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}L}\right)}{(L+bK)^2} = -c\frac{\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}L}L - K}{(L+bK)^2} \qquad (18)$$

将式(17)代入式(18)可得:

$$\frac{\mathrm{d}^2K}{\mathrm{d}L^2} = \frac{cK[(c+1)L+bK]}{(L+bK)^3} > 0 \qquad (19)$$

即二阶导数为正,由定理 1 可知,等产量曲线对正的 K 和 L 是严格凸的。

2.5　满足拟凹性

如果下式

$x, y \in C, t \in (0,1)$　$f[tx + (1-t)y] \geq \min[f(x), f(y)]$

成立,则在线性空间 E 的凸子集 C 上定义的实(值)函数为拟凹函数。

拟凹函数具有许多良好的性质:极大点集为凸集;一个拟凹函数族的下确界也是拟凹的;若 f 为拟凹函数,k 为 R 上的一个非递减函数,则 kf 为拟凹函数。

从经济上看,拟凹性也具有重用意义。在消费者理论中,在合理消费情况下,消费者的偏好可以用拟凹效用函数来表示;在生产者理论中,许多生产函数满足拟凹性;在不确定性决策中,最小凹效用函数对不确定性决策的研究很有价值;在约束最优化研究中,如果曲面或超曲面是拟凹的,则求极大值时,可以不用检验二阶条件。

定理 2　如果函数 $Y = f(K, L)$ 二阶连续可微,则函数的拟凹性或拟凸性可以用函数的一阶导数和二阶导数(整理成加边行列式)的方式来检验,令:

$$|B_1| = \begin{vmatrix} 0 & MP_K \\ MP_K & MP_{Kk} \end{vmatrix};$$

$$|B_2| = \begin{vmatrix} 0 & MP_K & MP_L \\ MP_K & MP_{KK} & MP_{KL} \\ MP_L & MP_{LK} & MP_{LL} \end{vmatrix}$$

函数 Y 为拟凹的充分条件为: $|B_1| < 0$, $|B_2| > 0$[3]。

由式(10)、(11)可知:

$$MP_K = \frac{(L + bK)}{[(1 + c)L + bK]} \cdot \frac{Y}{K} > 0;$$

$$MP_L = \frac{cY}{[(1 + c)L + bK]} > 0$$

由式(15)、(16)可知:

$$MP_{KK} = \frac{(MP_K)}{K} = \frac{-cL^2 Y}{[(1 + c)L + bK]^2 K^2} < 0;$$

$$MP_{LL} = \frac{(MP_L)}{L} = \frac{-cY}{[(1 + c)L + bK]^2} < 0$$

为求 MP_{KL} 和 MP_{LK},对式(11)求关于 K 的偏导:

$$\frac{(MP_L)}{K} = \frac{(MP_K)}{L} = \frac{\left(\frac{cY}{[(1 + c)L + bK]}\right)}{K} = \frac{c[(1 + c)L + bK]MP_K - bcY}{[(1 + c)L + bK]^2} \quad (20)$$

将式(10)代入式(20),可得:

$$\frac{(MP_L)}{K} = \frac{(MP_K)}{L} = \frac{cLY}{[(1 + c)L + bK]^2 K} > 0 \quad (21)$$

根据式(10)、(11)、(15)、(16)、(21),有:

$$|B_1| = -MP_K^2 < 0;$$

$|B_2| =$

$$2MP_K MP_L MP_{KL} - MP_K^2 MP_{LL} - MP_L^2 MP_{KK} > 0$$

因而根据定理 2,VES 生产函数对于正的 K 和 L 是拟凹的。

2.6　替代弹性系数随 K/L 的变化而变化

替代弹性是指产出固定不变时,由技术替代率的百分比变化导致的要素比率的百分比变化与技术替代率的百分比变化之比。它度量的是等产量曲线的曲率。其大小可以用替代弹性系数来表示:

$$\sigma = \frac{\frac{d(K/L)}{K/L}}{\frac{dTRS}{TRS}} = \frac{d\ln(K/L)}{d\ln(TRS)} \quad (22)$$

其中,dK/L 表示要素比率的变动,dTRS 表示技术替代率的变动。

将式(17)代入式(22)可求得 VES 生产函数的替代弹性系数:

$$\sigma = \frac{d\ln(K/L)}{d\ln(TRS)} = \frac{-\frac{1}{L/K} \cdot d(L/K)}{-\frac{1}{L/K + b} d(L/K)} = (1 + bK/L) \quad (23)$$

由式(23)可知,VES 生产函数的替代弹性系数不为常数,而是随 K/L 的变化而变化,即随要素之间的相对稀缺性的变化而变化。因此,相对于 CES 生产函数的不变替代弹性系数而言,VES 生产函数的变替代弹性系数更符合现实的经济情况。

2.7　满足欧拉定理

设 f 是一个可微函数,它定义在非空开子集 $G \in R^n$ 上,并且用 $f(x)$ 来表示 f 在 x 处的梯度,也就是 f 的各个偏导数 f_i 在 x 处赋值的 n 维向量。任意两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的内积写作 $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$,则当且仅当下述的欧拉关系式:

$$[x, f(x)] = kf(x)$$

在每一个 $x \in G$ 成立,那么,可微函数就是 k 阶齐次的,这便是欧拉定理。

对于 VES 生产函数而言,2.1 已经证明它是一次齐次的,因此如果满足:

$$MP_K \cdot K + MP_L \cdot L = Y \quad (24)$$

则欧拉定理成立[3]。

由式(10)、(11)可知,

$$\mathrm{MP}_K = -\frac{\frac{F}{K}}{\frac{F}{Y}} = \frac{(L+bK)}{[(1+c)L+bK]}\cdot\frac{Y}{K};$$

$$\mathrm{MP}_L = -\frac{\frac{F}{L}}{\frac{F}{Y}} = \frac{cY}{[(1+c)L+bK]}$$

各投入要素获得的报酬之和为:

$$\mathrm{MP}_K\cdot K + \mathrm{MP}_L\cdot L \tag{25}$$

将式(10)、(11)代入式(25),可得:

$$\mathrm{MP}_K\cdot K + \mathrm{MP}_L\cdot L = \frac{(L+bK)}{[(1+c)L+bK]}\cdot Y + \frac{cL}{[(1+c)L+bK]}\cdot Y = Y \tag{26}$$

由式(26)可知,各投入要素获得的报酬之和正好等于总产出,符合欧拉定理。

欧拉定理表明,线性齐次函数的值总可以表示成若干项的和,其中每一项是一个自变量与产出对该自变量一阶偏导数之乘积,而不管实际采用的各种要素投入是多少。在经济上,欧拉定理表明,在不变规模收益条件下,如果每种投入要素按其边际产品获得报酬,那么,每种投入要素的分配额之和恰好等于总产出,或者说经济利润为零。该定理也是对完全竞争情况下、经济长期均衡时产品分配情况的描述。

2.8　规模弹性系数为 1

规模弹性是指当所有投入要素以相同的比例变动时,产出的百分比变动除以生产规模的百分比变动,它度量的是生产函数的规模报酬程度。

设 t 是一个正的纯量,考虑函数 $Y(t) = Y(tK, tL)$,如果 $t = 1$,表示现有的生产规模;如果 $t > 1$,则表示向上调整所有投入;如果 $t < 1$,表示向下调整所有投入。则规模弹性系数为:

$$e = \frac{\mathrm{d}Y(t)}{\mathrm{d}t}\,\frac{t}{Y(t)}\Big|_{t=1} \tag{27}$$

如果 $e > 1$,表示规模报酬递增;如果 $e = 1$,表示规模报酬不变;如果 $e < 1$,表示规模报酬递减[4]。

在 VES 生产函数中,有:

$$e = \frac{\mathrm{d}Y(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{t}{y(t)}\Big|_{t=1} = \frac{\mathrm{d}A(tK)^{\frac{1}{1+c}}[tL+(\frac{b}{1+c})tK]^{\frac{c}{1+c}}}{\mathrm{d}t}\cdot \frac{t}{A(tK)^{\frac{1}{1+c}}[tL+\left(\frac{b}{1+c}\right)K]^{\frac{c}{1+c}}}\Big|_{t=1} =$$

$$\frac{A(K)^{\frac{1}{1+c}}[L+(\frac{b}{1+c})K]^{\frac{c}{1+c}}}{A(K)^{\frac{1}{1+c}}[L+\left(\frac{b}{1+c}\right)K^{\frac{c}{1+c}}]} = 1 \tag{28}$$

为规模报酬不变。

3　案例分析

现利用我国 1980—2006 年的资本、劳动力以及国内生产总值(GDP)数据,从实证的角度对 VES 生产函数在实际经济中的应用进行探索。

3.1　数据采集

数据采集的范围为 1980—2006 年。用全社会固定资产投资加存货投资来代表资本投入量 K;用劳动者就业人数来代表劳动投入量 L;用 GDP 来代表产出量 Y[5]。按 1978 年的不变价格对资本投入量数据和 GDP 数据进行调整,调整后的数据如表 1 所示。

3.2　回归分析

对式(1)取对数,将其化为线性模型:

$$\ln Y = \ln A + \frac{1}{1+c}\ln K + \frac{c}{1+c}\ln\left(L + \frac{b}{1+c}K\right) \tag{29}$$

令 $\ln\left(L+\frac{b}{1+c}K\right) = \ln(L+\lambda K) = Z(\lambda)$,在 $\lambda = 0$,即 $b = 0$ 处作泰勒展开可得:$Z(\lambda) = \ln L + \frac{K}{L}\cdot\lambda + 0(\lambda)$,代入式(29)并舍去 $0(\lambda)$,得:

$$\ln Y = \ln A + \frac{1}{1+c}\ln K + \frac{c}{1+c}\ln L + \frac{cb}{(1+c)^2}\cdot\frac{K}{L} \tag{30}$$

根据表 1 所提供的数据,采用普通最小二乘法,利用 Eviews3.1 软件对式(30)进行回归分析得:

$$\ln Y = 0.183 + 0.891\ln K + 0.304\ln L - 1.012\frac{K}{L} \tag{31}$$

$R^2 = 0.994$, DW $= 1.057$, $F = 897.933$

回归方程(31)的总体拟合度较高,同时方程的整体显著性检验 - F 检验,以及序列相关检验(DW)均满足统计检验要求,这说明 VES 生产函数具有较好的经济性质。

表 1 中国资本、劳动力以及产出的变化情况(1980—2006)

Table 1 Variation of capital, labor and GDP in china(1980—2006)

年份	GDP/亿元	K/亿元	L/万人	lnGDP	ln K	ln L	K/L
1980	4 179.278 3	1 470.860	42 361	8.337 891	7.293 60	10.653 98	0.034 722
1981	4 392.411 1	1 428.184	43 725	8.387 632	7.264 15	10.685 61	0.032 663
1982	4 693.883	1 560.461	45 295	8.454 015	7.352 737	10.720 95	0.034 451
1983	5 182.969 4	1 751.091 7	46 436	8.553 133	7.467 995	10.745 83	0.037 71
1984	6 092.608 3	2 097.366 2	48 197	8.714 832	7.648 438	10.783 05	0.043 517
1985	6 997.970 3	2 565.183 5	49 873	8.853 375	7.849 785	10.817 24	0.051 434
1986	7 512.665 7	2 832.106	51 282	8.924 346	7.948 776	10.845 1	0.055 226
1987	8 210.363 8	2 966.369 3	52 783	9.013 153	7.995 094	10.873 94	0.056 199
1988	8 644.064 9	3 181.818 2	54 334	9.064 628	8.065 208	10.902 91	0.058 56
1989	8 313.274 3	2 996.558 5	55 329	9.025 609	8.005 22	10.921 05	0.054 159
1990	8 930.139 6	3 102.551 8	64 749	9.097 187	8.039 98	11.078 27	0.047 917
1991	10 115.957	3 517.548	65 491	9.221 869	8.165 519	11.089 67	0.053 71
1992	11 828.641	4 278.863 2	66 152	9.378 279	8.361 443	11.099 71	0.064 682
1993	13 587.446	5 883.871	66 808	9.516 902	8.679 971	11.109 58	0.088 071
1994	15 073.952	6 209.090 9	67 455	9.620 724	8.733 77	11.119 22	0.092 048
1995	16 421.82	6 705.307 5	68 065	9.706 366	8.810 655	11.128 22	0.098 513
1996	17 968.396	7 111.487 6	68 950	9.796 37	8.869 467	11.141 14	0.103 14
1997	19 554.254	7 473.109 2	69 820	9.880 948	8.919 066	11.153 68	0.107 034
1998	21 122.998	7 966.001 6	70 637	9.958 118	8.982 938	11.165 31	0.112 774
1999	22 809.188	8 532.962 8	71 394	10.034 92	9.051 692	11.175 97	0.119 519
2000	25 237.641	9 101.298	72 085	10.136 09	9.116 172	11.185 6	0.126 258
2001	27 677.702	10 584.044	73 025	10.228 38	9.267 103	11.198 56	0.144 937
2002	29 382.468	12 396.442	73 740	10.288 15	9.425 171	11.208 30	0.168 11
2003	32 868.972	14 494.291	74 432	10.400 29	8.581 516	11.217 64	0.194 731
2004	44 292.557	16 609.888	75 200	10.698 58	9.717 759	11.227 91	0.220 876
2005	50 136.433	19 071.934	75 825	10.822 51	9.855 979	11.236 19	0.251 525
2006	56 635.287	21 165.645	76 400	10.944 39	9.960 141	11.243 74	0.277 037

注:数据来自《中国统计年鉴 2007》等,http://www.stats.gov.cn

4 结 语

通过上述分析可知,VES 生产函数不仅具有诸如满足一次齐次性、符合边际收益递减规律、符合边际技术替代率递减规律、等产量曲线具有严格的凸性、满足拟凹性、替代弹性系数随 K/L 的变化而变化、满足欧拉定理、规模弹性系数为 1 等理论性质,而且在用于实证分析时,具有较好的统计特性,是一种性质较好的生产函数。

参考文献:

[1] 约翰 · 伊特韦尔.新帕尔格雷夫经济学大辞典(第一卷)[M].王宜春,等译.北京:经济科学出版社,1996:500-502.

[2] 李子奈.计量经济学——方法和应用[M].北京:清华大学出版社,1992:195-200.

[3] 蒋中一.数理经济学的基本方法[M].北京:商务印书馆,1999:440-454.

[4] 哈尔.瓦里安.微观经济学(高级教程)[M].周洪,李勇,等译.北京:经济科学出版社,1997:16-18.

[5] 杨德权,郭磊.基于 VES 生产函数的要素使用效率测度[J].科技进步与对策,2005(1):170-172.