

# 课堂教学中体现大学数学趣味性之探究

周小燕

(浙江科技学院 理学院,杭州 310023)

**摘要:**教育正处于应试教育向素质教育的转型期,这场变革要求改变原有的大学数学教学方式。为此,将适合学生水平的、与课堂教学内容相关的趣味数学问题引入大学课堂,将一些内容变成一个个生动的故事和美妙的应用,使学生不再认为数学是枯燥无味的,而是充满吸引力的,使学生觉得数学无处不在,从而也能认识到数学的重要性。

**关键词:**大学数学;趣味数学;教学方法

**中图分类号:** G642.421;O13

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1671-8798(2011)01-0067-04

## On study of incarnate college mathematics interesting in teaching

ZHOU Xiao-yan

(School of Science, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** Education is in transition from examination-oriented education to quality education, which requires changes in the college mathematics teaching methods. The teachers should introduce interesting math questions which fit the standards of students and relate to the instruction content into the college classes and turn some of the content to vivid stories and wonderful applications so that students no longer regard that mathematics dull, but full of attraction and feel that math is everywhere in daily life. Thus they can recognize the importance of mathematics.

**Key words:** college mathematics; interesting math; teaching methods

2002年8月在北京举行第24届国际数学家大会期间,91岁高龄的数学大师陈省身先生题词,写下了“数学好玩”4个大字。数学真的好玩吗?数学是一门科学,从人类社会发展的最初阶段至科学技术飞速发展的今天,数学都体现着它独有的魅力。数学是有趣的,不过却被一大堆公式和符号所掩盖,让人觉得枯燥、乏味。法国大数学家帕斯卡曾指出:数学这一学科是如此的严肃,我们应当千方百计地把它趣味化。

### 1 古今中外对趣味数学的研究

美国的马丁·加德纳和萨姆·劳埃德及英国的亨利·欧内斯特·杜德尼号称世界上著名的“趣味数

学三杰”。马丁·加德纳(1914—)是美国名声显赫的业余数学大师,被誉为“数学园丁”,从 1957 年到 1981 年他是《科学美国人》的长期专栏作家,他所包办的“数学游戏”专栏,成为该杂志的一个“特色产品”<sup>[1]</sup>。萨姆·劳埃德(1841—1911)是伟大的趣题家和智力玩具专家,他的《世界经典智力游戏》至今仍是世界上最激动人心的单卷本趣题集。亨利·欧内斯特·杜德尼(1857—1930)是英国著名的趣味数学家,他的主要作品有《数学中的娱乐》《坎特伯雷趣题集》等,是世界趣味数学史上的经典文献。谈祥柏教授与张景中院士、李毓佩教授一起,被人称为“中国数学科普的三架马车”。谈祥柏先生具有扎实的古文功底与渊博的文史知识,并通晓英、日、德、法等多种语言,其科普作品题材广泛,妙趣横生;张景中先生创作的数学科普作品比之一般数学科普读物具有更大的启迪性,是中国数学科普创作的一次突破性进展;李毓佩先生擅长用少年儿童喜闻乐见的童话故事形式,将抽象、枯燥的数学知识,讲得深入浅出,读起来轻松自如。

## 2 研究大学数学趣味性教育的意义

苏联科学家加里宁说:数学是思维的体操。数学在提高人的推理能力、抽象能力、想象力和创造力等方面有着独特的作用。数学为其他学科提供了语言、思维和方法,是一切重大技术发展的基础。物理、计算机、化学、生物、天文、地理等,几乎每一门学科要想学好,都要用到数学知识。有人把数学对于人类的意义比作生活中不能缺少盐一样,离开了数学,人们的生活将寸步难行。几乎世界上所有的学校都把数学作为一个基本课目,这不仅是科技发展的需要,也是每一个人发展自己基本智能的需要。而在大学的所有理工类、经管类专业中,大学数学总是被列为重要的基础理论课。目前大学数学必修课包括微积分、向量代数与空间解析几何、无穷级数、微分方程、线性代数、概率统计等内容。但是在日常的教学,使用的仍然是传统的教学方式,即重灌输式讲授,轻探究式教学,教师只是一味地把课本上的知识传授给学生,概括地讲,就是“定义+定理+例题”,要求学生死记硬背、生搬硬套,脱离实际,把数学教学变成了枯燥无味的活动,使学生觉得数学学习是很痛苦的,自然也就失去了学习数学的兴趣和热情<sup>[2]</sup>。在多年的大学数学教学工作中,笔者经常听到学生有这样那样的抱怨,数学太难了,数学给人的印象总是冷冰冰的,枯涩的语言、冷峻的定义和公式、抽象的结构、艰涩的推理常常使人望而却步。“数学的好玩之处,并不限于数学游戏。数学中有些极具实用意义的内容,包含了深刻的奥秘,发人深思,使人惊讶”,这是张景中先生在《好玩的数学》丛书中的题词。那么如何做到知识性和趣味性的统一,这是值得数学教育工作者去研究的。目前,教育正经历着深刻的变革,正处于应试教育向素质教育的转型期,这场变革要求改变原有的教学方式和学习方式<sup>[3]</sup>。首先要让学生觉得数学是好玩的,然后让他们认识到数学的重要性和数学的实用价值。兴趣能够解决一系列的矛盾,只有喜欢数学、爱上数学,才能学好数学,感受到数学的魅力,而不再把数学看成是艰难的学科。

## 3 在课堂教学中体现大学数学的趣味性

一直以来,趣味数学拥有广大的读者,受到大众的青睐,可谓是老少皆宜。如果能将适合学生水平的、与课堂教学内容相关的趣味数学问题引入大学课堂,将一些内容变成一个个生动的故事和美妙的应用,相信学生会对数学产生全新的认识,不再认为数学是枯燥无味的,而是充满了吸引力的,从而提高学习的兴趣,进而提高课堂的教学质量与学习效果。具体地讲,可以通过介绍社会 and 生活中(如政治、经济、企业经营、组织管理、军事、社会生活)出现的诸多数学问题,展示数学的趣味性、数学在生活中的广泛应用及数学对人的深远影响。以下几个例子作为如何在课堂教学中体现大学数学趣味性的初步探究。

### 3.1 莫比乌斯带

高等数学中提到了双侧曲面和单侧曲面。在日常生活中,双侧曲面比比皆是,但单侧曲面少之又少,如何让学生直观地想象这种曲面,笔者就给学生介绍非常特别的莫比乌斯带<sup>[4]</sup>。上课前,准备好二张呈长方形的长纸条,先将第一张长纸条两端粘连成环状,从纸条外侧某一点开始顺着带子画一条线,最后回到始点,然后再将第二张长纸条先扭转  $180^\circ$ ,再粘连两端成环状,从纸条一点开始顺着带子画一条线,等画

回到始点时,可以发现带子里外都画有线条,这时学生已经觉得有趣了,因为第一张纸条从里画,线就始终在里面,从外画,线就始终在外面,二张纸条截然不同。然后再顺着线条用剪刀剪一下,第一张纸条被剪成了两段,而出乎意料的是第二张纸条没有被剪成两段,而是变成一条薄长的普通带子,这时课堂气氛已经非常热烈了,学生都在惊叹这是怎么回事,这时再给大家介绍第二张纸条称为莫比乌斯带,是经典的单侧曲面,相信任何一个学生都可以轻松地理解这个概念了。再适当地给学生介绍一些关于莫比乌斯带的实用性,比如在工厂里有很多扭转呈莫比乌斯带形状的输送带,原因是扭转起来比直接挂上更不容易掉落下来;另外,由于莫比乌斯带是单侧曲面,每旋转一圈皮带都平均接触机械,磨损均衡,有利于延长输送带的寿命。另一利用莫比乌斯带的实例是 Seike 装置,这种装置是组合电磁铁和永久磁铁的反重力装置,这种装置可减少自重而悬浮于空中,在制作电磁铁时将电线呈莫比乌斯带状缠绕是这个装置的核心。这样学生就会觉得数学原来也可以非常有趣,可以在轻松中学好数学了。

### 3.2 拉格朗日中值定理

超速是现代生活中经常被提起的一个话题,如何确定司机超速了,交警自然有先进仪器可以检测,但其实也可以用一点点的数学知识去判断。笔者在介绍著名的拉格朗日中值定理前,给学生提出了这样一个问题:“假设有一辆汽车在从杭州绕城高速公路留下收费站到下沙收费站(45 km 路程)共花了 20 min,绕城高速公路上的限速是 120 km/h,你能判断司机超速了吗?”学生回答说超速了,也有回答说没有超速。笔者告诉学生先来介绍拉格朗日中值定理,然后再回答这个问题。定理内容如下:如果函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续,在开区间  $(a, b)$  内可导,那么在  $(a, b)$  内至少存在一点  $\xi (a < \xi < b)$ , 使等式  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$  成立。该定理有明确的几何意义,即一段连续光滑曲线中必然有一点,它的斜率与整段曲线平均斜率相同,一般掌握问题不大,但要深刻认识定理的内容,特别是点  $\xi$  的含义,就有较大难度。所以可以借上面的例子来对定理深入理解。司机通过了留下收费站后,设汽车在  $t$  时间内,行驶的距离为  $f(t)$ , 则  $f(t)$  在区间  $\left[0, \frac{1}{3}\right]$  满足拉格朗日中值定理的条件,所以可得至少存在一  $\xi \left(0 < \xi < \frac{1}{3}\right)$ , 满足

$$\frac{f\left(\frac{1}{3}\right) - f(0)}{\frac{1}{3} - 0} = \frac{45}{\frac{1}{3}} = 135 = f'(\xi), \text{即至少在某个时间点,汽车行驶的瞬时速度是 } 135 \text{ km/h, 显然,司机超}$$

速了。学生听到这里发现,原来数学真的无处不在,原来数学不是枯燥无味的,从而发自内心地对数学产生兴趣。

### 3.3 生日的巧合

在教概率统计这门课程时,第一堂课笔者就会问学生,班级里是不是有同学是同一天生日啊,学生觉得很奇怪,好像真的有啊,怎么这么巧呢,告诉大家原来是概率在作怪呢。有这样一个经典的概率题目: $n$  个人中,至少有 2 人相同生日的概率是多少? 可以计算出,这一概率是  $p(n) = 1 - \frac{P_{365}^n}{365^n}$ , 并且可以计算出,

当  $n \geq 23$  时,居然有  $p(n) > \frac{1}{2}$ , 所以班级中有 2 个人是同一天生日的概率是非常高的。另外,统计一下美国历届总统,从华盛顿任第一任总统以来不过 200 多年,在 44 位美国总统中,有 2 人的生日相同,即第 11 任总统詹姆斯·诺克斯·波尔克和第 29 任总统沃伦·盖玛利尔·哈定都生于 11 月 2 日。还有,这一有趣的概率规律也可以在中国四大名著之一《红楼梦》中找到验证。书中第 62 回“憨湘云醉眠芍药茵,呆香菱情解石榴裙”中写到,当下又值宝玉生日已到,原来宝琴也是这日,二人相同。后来又知道,原来平儿与刑岫烟的生日也是在同一天,于是史湘云拉宝琴岫烟说:“你们四个人对拜寿,直拜一天才是。”探春笑道:

“倒有些意思,一年十二个月,月月有几个生日。人多了,便这等巧,也三个一日、两个一日的。大年初一日也不白过,大姐姐占了去,怨不得他福大,生日比别人就占先,又是太祖太爷的生日。过了灯节,就是老太太和宝姐姐,他们娘儿两个遇的巧。三月初一日是太太,初九是琏二哥哥。二月没人。”袭人道:“二月十二

是林姑娘,怎么没人?就只是不是咱家的人。”宝玉笑指袭人道:“他和林妹妹是一日,所以他记的。”《红楼梦》是中国封建社会的一部百科全书,曹雪芹不惜花费笔墨对这种生日巧合现象加以描写,绝非随意杜撰,大观园里众多人物,生日相同的概率自然是较大了。把数学与历史、文学作品联系在一起,使学生忘记自己是在学数学,而倒像是在听什么奇异的故事,自然能提高学习数学的兴趣了。

### 3.4 Google 公司

现在的大学生应该是非常熟悉 Google 的,它是大家上网时常用的搜索软件,所以在课堂上介绍一下 Google 公司对数学的偏爱,相信更能引起学生对数学的兴趣。首先从 Google 的名字谈起,它来源于 Googol,Googol 表示 10 的 100 次方,即非常巨大的数字。当年公司的创始人选择了这个名字,意在表现该引擎“搜集和驾御浩瀚无穷的网络信息”的宏图。Google 的办公楼第二、第三、第四大楼分别被命名为无理数  $e$ 、圆周率  $\pi$ 、黄金比例  $\phi$ ,足以显示出公司对数学的情有独钟<sup>[5]</sup>。而 Google 公司用于招聘的面试题,有些就更像是数学题目了。如有这么一个题目:假设某个国家的夫妇都喜欢生男孩,每个家庭都会一直生孩子,直到生出一个男孩为止,另外假设当前的男女比例是均衡的,请问若干年后该国家的男女比例会呈现什么样的趋势?这个题目,第一感觉就是男的应该会增多,就好像中国当前男多女少一样。但如果仔细算一下,因为生男孩生女孩的概率都是  $\frac{1}{2}$ ,那么第  $k$  个小孩为男孩的概率为  $\frac{1}{2^k}$ , $k$  可以从 1 到无穷大,

它的期望值为  $\sum_{k=1}^{\infty} k \frac{1}{2^k}$ ,而要计算这个式子,可以作如下考虑:由于  $\sum_{k=1}^{\infty} x^k = \frac{x}{1-x}$  ( $|x| < 1$ ),利用和函数的

可微性对此级数作逐项求导,得  $\frac{d}{dx}(\sum_{k=1}^{\infty} x^k) = \sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{x} \sum_{k=1}^{\infty} kx^k$ ,所以  $\frac{1}{x} \sum_{k=1}^{\infty} kx^k = \left(\frac{x}{1-x}\right)' =$

$\frac{1}{(1-x)^2}$ ,即  $\sum_{k=1}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}$ ,所以  $\sum_{k=1}^{\infty} k \frac{1}{2^k} = 2$ ,也就是说最后的男女比例照样是均衡的,出乎意料的结果,所以有时直觉不一定是对的,特别是在数学问题上。经过这样一个例子的讲解,既可以使学生更好地理解数学期望的概念,还可以掌握无穷级数利用函数可微性的求和计算,一举两得,关键是学生还会觉得一点都不枯燥、难学,非常有趣,增加了学生学习的兴趣和热情。

## 4 结 语

在数学教学中,教师可以力争内容新颖、风格多变,活跃课堂气氛,使学生开阔眼界、拓广思维,改变大学生认为大学数学枯燥乏味的观点,使他们在趣味中学好数学,进而使他们把学习数学过程中所培养的思维能力和用于专业知识的学习上。

### 参考文献:

- [1] 李正伟. 马丁·加德纳与他的“数学游戏”专栏回顾[J]. 科普研究, 2009(2): 56-60.
- [2] 陈仁政. “数学游戏”的价值[J]. 知识就是力量, 2004(4): 60-62.
- [3] 石国辉. 浅谈数学课堂趣味引入[J]. 承德职业学院学报, 2005(3): 74.
- [4] 朴京美. 数学维生素[M]. 姜镕哲, 译. 北京: 中信出版社, 2006.
- [5] 宋宇. 数学思维与生活智慧[M]. 北京: 中国和平出版社, 2006.