浙江科技学院学报,第 23 卷第 3 期,2011 年 6 月
Journal of Zhejiang University of Science and Technology
Vol. 23 No. 3, June 2011

DOI: 10.3969/j. issn. 1671-8798. 2011. 03. 014

研发竞赛中参与人的策略与发起者的收益研究

彭鸿广[1,2]

(1. 浙江科技学院 经济管理学院,杭州 310023;2. 上海交通大学 安泰经济与管理学院,上海 200052)

摘 要:建立了具有 2 个竞赛参与人的研发竞赛的非合作博弈模型,分别探讨了研发质量随机环境和研发质量确定性环境下竞赛参与人的均衡策略和竞赛发起者的期望收益。研究发现:在研发质量随机环境下存在着参与人的纯策略纳什均衡,而在研发质量确定性环境下只存在竞赛参与人的混合策略纳什均衡;当 2 个竞赛参与者的研发效率相同时,竞赛发起者的期望收益皆随参与者研发效率的降低而降低;当竞赛参与者研发效率的差异低于一定程度时,研发质量随机环境下的竞赛发起者的期望收益要低于研发质量确定环境下的期望收益。

关键词:研发竞赛;研发质量;固定奖励

中图分类号:G311;O225　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1671-8798(2011)03-0234-05

Contestants' strategy choices and sponsor's revenue in R&D contest

PENG Hong-guang[1,2]

(1. School of Economics and Management, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China;
2. Antai College of Economics and Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China)

Abstract: A non-cooperative game model of R&D contest with two contestants is built and the optimal strategies of the contestants and compares the revenue of sponsor under the circumstances of stochastic R&D quality and deterministic R&D quality are discussed. The research shows that there exists pure strategy Nash equilibrium under the circumstance of stochastic R&D quality and there exists mixed strategy Nash equilibrium under the circumstance of deterministic R&D quality. When R&D efficiencies of two contestants are the same, the sponsor's revenue decreases with R&D efficiencies. When two contestants' R&D efficiencies differ less than some degree, the sponsor can achieve more revenue under the circumstance of deterministic R&D quality.

Key words: R&D contest; R&D quality; fixed prize

收稿日期:2010-10-26

基金项目:教育部人文社会科学研究青年基金项目(09YJC630208)

作者简介:彭鸿广(1975—),男,湖北省天门人,讲师,博士研究生,主要从事政府采购、物流与供应链研究。

竞赛是现代社会中广泛存在的一种竞争机制。研发竞赛是指竞赛发起者为了激励创新、获取创新成果而设立的竞赛机制，它将事先规定的奖励授予给取得最佳研发成果的竞赛参与人。在通常的研发合约外包中，委托人不得不支付高昂的质量检测成本和对代理人努力程度的监控成本。有效的研发竞赛机制借助于竞赛参与人之间的竞争，不仅使得竞赛发起者只需要比较竞赛参与人之间的相对绩效，而且还可以避免参与人的逆向选择与道德风险问题。

如何设计竞赛机制，使得竞赛发起者的收益最大？Tylor、Kaplan 和 Sela、Che 和 Gale、Konrad 和 Kovenock、乔恒和邱菀华[1-5]等研究了竞赛参与人的数量，参与人之间的能力差异，以及竞赛奖金的设置对竞赛发起者收益的影响。他们皆假定研发投入和研发质量之间是确定性的关系。但事实上研发成果的质量在事前通常是不确定的，因而假定研发投入和研发质量之间是随机性关系更为合理。

1　问题描述与模型假设

研发竞赛过程如下：竞赛发起者首先宣布对研发竞赛获胜者的固定奖励金额，然后竞赛参与人根据自身和对手的类型信息作出研发投入决策，在经过一定时间的研发并取得研发成果后，研发质量较高的一方获胜，取得事先规定的固定奖励。当研发质量相同时，随机确定获胜者。参与人面临的问题是在研发开始之前如何确定研发投入以使自己的期望收益最大。

本模型作出如下假设：1）竞赛发起者与参与人皆是理性的和风险中性的。2）竞赛发起者与竞赛参与人之间不存在有约束力的合作协议。3）研发成本 C 为研发投入 x 和研发效率 β 的函数，$C(x)=\beta x^2$，其中 $\beta>0$。β 即参与人的类型，β 越小表明研发效率越高。4）研发竞赛发起者获得的效用为 $U_s=\gamma q$，其中 q 为研发成果的质量，γ 为正的常数。竞赛发起者给予获胜者固定奖励 V，$V<\gamma$。5）每个竞赛参与人的类型为公共知识，即参与人不仅了解自己的类型，而且也了解对方的类型，竞赛的发起者也知道所有参与人的类型。

2　研发质量和研发投入之间关系随机时的决策情形

借鉴 Fullerton[6] 关于研发质量和研发投入之间随机关系的假定，假设研发质量的分布函数为：$F(q)=q^x$，其中 x 为研发投入，q 为研发质量，$q\in[0,1]$。密度函数用 $f(q)$ 表示。研发质量的分布函数为公共知识。下标 i 和 j 分别代表竞赛参与人 i 和 j。当 $x_i>x_j$ 时，q_i 一阶随机优于 q_j，即竞赛参与人的研发投入越大，越有可能取得质量较高的研发成果。

当只考虑 2 个参与人 i 和 j 时，参与人 i 获胜的概率为：

$$\mathrm{Prob}\{q_i>q_j\}=\mathrm{Prob}\{q_j-q_i<0\}=\int_0^1\mathrm{d}q_i\int_0^{q_i}f_i(q_i)\cdot f_j(q_j)\mathrm{d}q_j=\frac{x_i}{x_i+x_j}。$$

显然，给定竞赛参与人 j 的研发投入不变，参与人 i 的研发投入越大，获胜的可能性越高。

当考虑 n 个参与人时，参与人 i 获胜的概率为：$\mathrm{Prob}\{q_i>q_j,\forall j\neq i\}=\dfrac{x_i^{n-1}}{\prod\limits_{j\neq i}(x_i+x_j)}$。

参与人 i 的期望收益为 $\pi_i=\dfrac{Vx_i^{n-1}}{\prod\limits_{j\neq i}(x_i+x_j)}-C_i(x_i)$。

根据最优化一阶条件$\dfrac{\partial\pi_i}{\partial x_i}=0$，有$\left(\sum\limits_{j\neq i}\dfrac{x_j}{x_i+x_j}\right)\cdot\dfrac{x_i^{n-2}}{\prod\limits_{j\neq i}(x_i+x_j)}=\dfrac{C'_i(x_i)}{V}$，$i=1,2,3,\cdots,n$。由这 n 个方程即可确定竞赛参与人的均衡投入。

为得出更为直观的结论，以下只考虑 2 个参与人 i 和 j 的情况。

命题 1　竞赛参与人 i 和 j 的均衡策略 (x_i^*,x_j^*) 由下式决定：

$$x_i^*=\frac{\sqrt{V}}{\sqrt{2}\left(1+\sqrt{\dfrac{\beta_i}{\beta_j}}\right)(\beta_i\beta_j)^{\frac{1}{4}}},x_j^*=\frac{\sqrt{V}}{\sqrt{2}\left(1+\sqrt{\dfrac{\beta_j}{\beta_i}}\right)(\beta_i\beta_j)^{\frac{1}{4}}}\tag{1}$$

证明 竞赛参与人 i 的期望利润为：$\pi_i = V \cdot \dfrac{x_i}{x_i + x_j} - C_i(x_i)$。利用最优化一阶条件令 $\dfrac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = 0$，有：$\dfrac{Vx_j}{(x_i + x_j)^2} - 2\beta_i x_i = 0$。根据对称性有：$\dfrac{Vx_i}{(x_i + x_j)^2} - 2\beta_j x_j = 0$。联立求解即可得式(1)。证毕。

竞赛发起者的期望收益为：

$$\pi_s^* = U_s - V = \gamma(E(q_i)\mathrm{Prob}\{q_i > q_j\} + E(q_j)\mathrm{Prob}\{q_j > q_i\}) - V =$$
$$\frac{\gamma x_i^{*2}}{(x_i^* + 1)(x_i^* + x_j^*)} + \frac{\gamma x_j^{*2}}{(x_j^* + 1)(x_i^* + x_j^*)} - V$$

推论 1 当 2 个竞赛参与者的研发效率相同时，研发质量随机环境下竞赛发起者的期望收益随研发效率的降低而降低。

证明 当 $\beta_i = \beta_j = \beta$ 时，$x_i^* = x_j^* = \dfrac{\sqrt{V}}{2\sqrt{2\beta}}$，$\pi_s^* = \gamma - V - \dfrac{\gamma}{\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{V}{2\beta}} + 1}$。可以看出，当竞赛参与者的研发效率过低时，竞赛发起者甚至不能获得正的收益。假设 $\beta < \dfrac{(\gamma - V)^2}{8V}$ 以保证 $\pi_s^* > 0$。由于 $\dfrac{\partial \pi_s^*}{\partial \beta} < 0$，所以当 β 增加时 π_s^* 减少，即竞赛参与人研发效率越低，发起者的收益则越少。证毕。

3 研发质量为研发投入的确定性函数时的决策情形

本部分假设研发成果的质量为研发投入的确定性函数 $q(x) = \dfrac{x}{x+1}$，等于研发质量随机环境下研发投入为 x 时研发质量的期望值。只考虑 2 个参与人 i 和 j 时，参与人 i 获胜的概率为：$\mathrm{Prob}\{q_i > q_j\} = \mathrm{Prob}\left\{\dfrac{x_i}{x_i + 1} > \dfrac{x_j}{x_j + 1}\right\} = \mathrm{Prob}\{x_i > x_j\}$。

命题 2 研发质量为研发投入的确定性函数时，不存在参与人研发投入的纯策略纳什均衡。

证明 用反证法。假设存在纯策略纳什均衡(x_i', x_j')，则必有 $x_i' = x_j'$。如果 $x_i' \neq x_j'$，假设 $x_i' > x_j' > 0$，则参与人 j 获胜的概率为 0，显然参与人 j 不会付出 x_j' 的研发投入。而当 $x_i' = x_j'$ 时，参与人的研发质量相同，每个参与人获取奖励的概率为$\dfrac{1}{2}$，因此有：$\pi_i' = \dfrac{1}{2}V - \beta_i x_i'^2$，$\pi_j' = \dfrac{1}{2}V - \beta_j x_j'^2$。给定参与人 j 的策略不变，则参与人 i 有动力偏离 x_i'，而取$\bar{x}_i = x_i' + \varepsilon$，$\varepsilon > 0$，且 $\varepsilon \to 0$。因为：$\bar{\pi}_i = V - \beta_i(\bar{x}_i + \varepsilon)^2 > \pi_i'$。同理，给定参与人 i 的策略不变，j 也有动力偏离 x_j'。所以不存在参与人研发投入的纯策略纳什均衡。

命题 3 研发质量为研发投入的确定性函数时，存在参与人研发投入的混合策略纳什均衡。

证明 假设参与人 j 采用混合策略，其研发投入的分布函数为 $G_j(x)$。当 j 采用该混合策略时，参与人 i 无论研发投入为多少，皆获得相同的期望收益。当 i 的研发投入为 x_i 时，期望收益为：$\pi_i = G_j(x_i) \cdot V - \beta_i x_i^2 = c_j$，$c_j \geqslant 0$ 为常数。考虑到分布函数的特征，可得：$G_j(x) = \dfrac{\beta_i x^2}{V}$，$x \in \left[0, \sqrt{\dfrac{V}{\beta_i}}\right]$。同理有：$G_i(x) = \dfrac{\beta_j x^2}{V}$，$x \in \left[0, \sqrt{\dfrac{V}{\beta_j}}\right]$。证毕。

参与人 i 和 j 的期望研发投入分别为：$Ex_i = \int_0^{\sqrt{\frac{V}{\beta_j}}} x \mathrm{d}\dfrac{\beta_j x^2}{V} = \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{V}{\beta_j}}$，$Ex_j = \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{V}{\beta_i}}$。

竞赛参与人 i 的期望研发质量为：

$$Eq_i(x) = \int_0^{\sqrt{\frac{V}{\beta_j}}} \frac{x}{x+1}\mathrm{d}\left(\frac{\beta_j x^2}{V}\right) = 1 - 2\sqrt{\frac{\beta_j}{V}} + \frac{2\beta_j}{V}\ln\left(\sqrt{\frac{V}{\beta_j}} + 1\right)$$

假设 $\beta_i \leqslant \beta_j$，竞赛参与人 i 获胜的概率为：

$$\mathrm{Prob}(x_i > x_j) = \int_0^{\sqrt{\frac{V}{\beta_j}}} \frac{2\beta_i x_j}{V}\mathrm{d}x_j \int_{x_j}^{\sqrt{\frac{V}{\beta_j}}} \frac{2\beta_j x_i}{V}\mathrm{d}x_i = \frac{\beta_i}{2\beta_j}$$

参与人 j 获胜的概率为：$\mathrm{Prob}(x_j > x_i) = 1 - \frac{\beta_i}{2\beta_j}$。

竞赛发起者的期望收益为：

$$\pi_s' = U_s - V = \gamma(E(q_i)\mathrm{Prob}\{q_i > q_j\} + E(q_j)\mathrm{Prob}\{q_j > q_i\}) - V =$$

$$\frac{\gamma\beta_i}{2\beta_j}\left[1 - 2\sqrt{\frac{\beta_j}{V}} + \frac{2\beta_j}{V}\ln\left(\sqrt{\frac{V}{\beta_j}} + 1\right)\right] + \gamma\left(1 - \frac{\beta_i}{2\beta_j}\right)\left[1 - 2\sqrt{\frac{\beta_i}{V}} + \frac{2\beta_i}{V}\ln\left(\sqrt{\frac{V}{\beta_i}} + 1\right)\right] - V$$

推论 2　当竞赛参与者的研发效率相同时，确定性环境下竞赛发起者的期望收益随参与者研发效率的降低而降低。

证明　当 $\beta_i = \beta_j = \beta$ 时，$\pi_s' = \gamma\left[1 - 2\sqrt{\frac{\beta}{V}} + \frac{2\beta}{V}\ln\left(\sqrt{\frac{V}{\beta}} + 1\right)\right] - V$。

令 $1 - 2\sqrt{\frac{\hat{\beta}}{V}} + \frac{2\hat{\beta}}{V}\ln\left[\sqrt{\frac{V}{\hat{\beta}}} + 1\right] = \frac{V}{r}$，假设 $\beta < \hat{\beta}$ 以保证 $\pi_s' > 0$。由于 $\frac{\partial \pi_s'}{\partial \beta} = \gamma\left(\frac{2}{V}\ln\left(\sqrt{\frac{V}{\beta}} + 1\right) - \frac{1}{\sqrt{V\beta}} - \frac{1}{V + \sqrt{\beta V}}\right) < 0$，所以 π_s' 是 β 的减函数，即竞赛参与人的研发效率越低，发起者的收益越少。

命题 4　当 $\alpha < \hat{\alpha}$ 时，研发质量随机环境下的竞赛发起者的期望收益要低于研发质量确定环境下的期望收益。

证明　为计算上的方便，令 β_j 为竞赛参与人中较高的研发效率，$V = 2\lambda^2\beta_j$，$\beta_i = \alpha^4\beta_j$，且 $\alpha \geqslant 1$，这对后面结论的成立与否并无影响。

$$\pi_s^* = \gamma - V + \frac{\alpha\gamma}{\lambda}\left[-2 + \frac{\alpha(1 + \alpha^2)}{\lambda + \alpha(1 + \alpha^2)} + \frac{1 + \alpha^2}{\lambda \cdot \alpha + 1 + \alpha^2}\right]$$

$$\pi_s' = \gamma - V + \frac{\alpha\gamma}{\lambda}\left[-\frac{\sqrt{2}\alpha^3}{2} + \frac{\alpha^3}{2\lambda}\ln(\sqrt{2}\lambda + 1) - \left(1 - \frac{\alpha^4}{2}\right)\sqrt{2}\alpha + \left(1 - \frac{\alpha^4}{2}\right)\frac{\alpha^3}{\lambda}\ln\left(\frac{\sqrt{2}\lambda}{\alpha^2} + 1\right)\right]$$

令 $\hat{\alpha}$ 满足等式 $\frac{\hat{\alpha}}{\lambda + \hat{\alpha}(1 + \hat{\alpha}^2)} + \frac{\hat{\alpha}^2}{\lambda\hat{\alpha} + 1 + \hat{\alpha}^2} = \frac{\gamma - V}{\gamma}$，假设 $1 < \alpha < \hat{\alpha}$ 以保证 π_s'，$\pi_s^* > 0$。当 $1 < \alpha < \hat{\alpha}$ 时有 $\pi_s' - \pi_s^* > 0$。证毕。

4　算　例

1）假设模型中 $\gamma = 5$，当 $\beta_i = \beta_j = 1$ 时，研发质量随机环境下竞赛发起者的期望收益为 $\pi_s^* = 5 - V - \frac{5}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{V}{2}} + 1}$，研发质量确定环境下竞赛发起者的期望收益为 $\pi_s' = 5 - 10\sqrt{\frac{1}{V}} + \frac{10}{V}\ln(\sqrt{V} + 1) - V$；当 $\beta_i = \beta_j = 0.5$ 时，研发质量随机环境下竞赛发起者的期望收益为 $\pi_s^* = 5 - V - \frac{5}{\frac{1}{2}\sqrt{V} + 1}$，研发质量确定性环境下竞赛发起者的期望收益为 $\pi_s' = 5 - 5\sqrt{\frac{2}{V}} + \frac{5}{V}\ln(\sqrt{2V} + 1) - V$。图 1 表示在研发质量随机环境和确定性环境下，当 $\beta_i = \beta_j = 1$，$\beta_i = \beta_j = 0.5$ 时竞赛发起者的期望收益随奖励金额变化的情况。从图 1 中可以看出，在同一奖励金额下，$\beta_i = \beta_j = 0.5$ 时，参与者研发效率较 $\beta_i = \beta_j = 1$ 发起者的收益要高。

2）假设模型中 $\gamma = 5$，$\beta_i = 0.5$，$\beta_j = 1$，质量随机环境下竞赛发起者的期望收益为 $\pi_s^* = \frac{1.445\sqrt{V}}{0.493\sqrt{V} + 1} +$

$\frac{0.720\sqrt{V}}{0.348\sqrt{V}+1} - V$，确定性环境下竞赛发起者的期望收益为 $\pi_s{}' = 5 - \frac{7.803}{\sqrt{V}} + \frac{2.5\ln(\sqrt{V}+1)+3.75\ln(\sqrt{2V}+1)}{V} - V$。图 2 表示 2 种不同环境下竞赛发起者的收益随奖励金额变化的情况。从图 2 可以看出，当 $\beta_i = 0.5$，$\beta_j = 1$ 时，研发质量随机环境下的竞赛发起者的期望收益要低于研发质量确定环境下的期望收益。

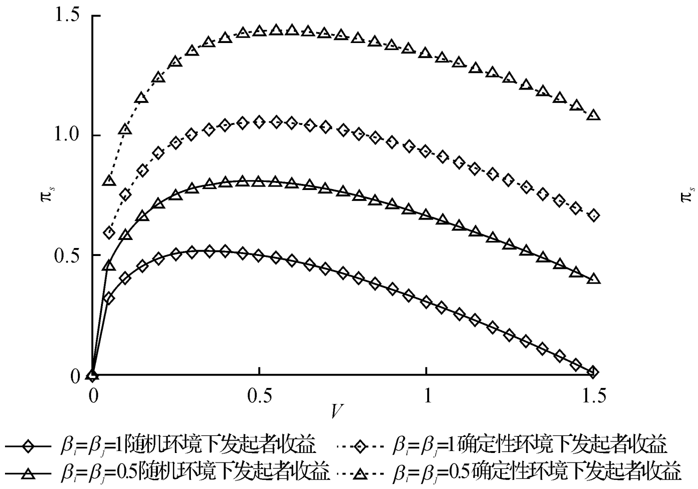

图 1 参与人研发效率相同时竞赛发起者的期望收益

Fig. 1 Expected revenue of sponsor with same R&D efficiencies

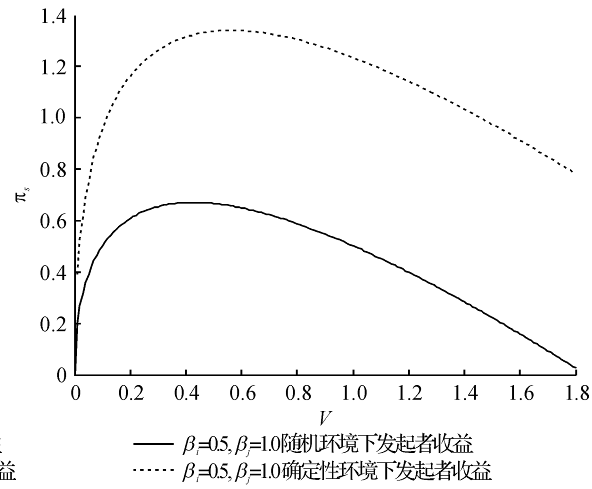

图 2 参与人研发效率不同时竞赛发起者的期望收益

Fig. 2 Expected revenue of sponsor with different R&D efficiencies

5 结 语

笔者通过建立研发竞赛的非合作博弈模型，考虑了研发质量是研发投入的随机函数和确定性函数 2 种情形，分别探讨了 2 种不同情形下竞赛参与人的均衡策略和竞赛发起者的期望收益。研究发现：在研发质量随机环境下存在着参与人的纯策略纳什均衡，而在确定性环境下存在着竞赛参与人的混合策略纳什均衡；当 2 个竞赛参与者的研发效率相同时，竞赛发起者的期望收益皆随竞赛参与者研发效率的降低而降低；当竞赛参与者研发效率差异在一定范围内时，研发质量随机环境下的竞赛发起者的期望收益要低于研发质量确定环境下的期望收益。这一研究结论对竞赛发起者在不同情形下设置竞赛机制和选择竞赛参与人具有较大的参考意义。

本研究仅考虑了完全信息即每个参与人的类型为公共知识时的情形。假设参与人的类型为不完全信息，并将参与人数扩展为多人的情形则是后续研究的方向。

参考文献：

[1] TAYLOR C R. Digging for Golden Carrots: An analysis of research tournaments[J]. The American Economic Review, 1995, 85(4): 872-890.

[2] KAPLAN T R, SELA A. Effective contests[J]. Economics Letters, 2010, 106(1): 38-41.

[3] CHE Y K, GALE I. Optimal design of research contests[J]. The American Economic Review, 2003, 93(3): 646-671.

[4] KONRAD K A, KOVENOCK D. Multi-battle contests[J]. Games and Economic Behavior, 2009, 66(1): 256-274.

[5] 乔恒，邱菀华. 递增奖品 R&D 竞赛的模型设计与均衡分析[J]. 系统工程理论与实践, 2007(4): 77-80.

[6] FULLERTON R L, LINSTER B G. Using auctions to reward tournament winners: Theory and experimental investigations[J]. The Rand Journal of Economics, 2002, 33(1): 62-84.