

高等数学考试中的一些错误分析

陶志雄

(浙江科技学院 理学院,杭州 310023)

摘要: 对高等数学考试中出现的一些错误进行了分析和归纳,并根据教学经验指出了学生在学习中的哪些因素可能导致这些错误,也分析了一些客观存在的因素,最后对改变这些现状进行了探讨,并提出了相应的建议。

关键词: 高等数学;考试;错误分析

中图分类号: G642.0;O13

文献标志码: A

文章编号: 1671-8798(2013)03-0224-08

Analysis of errors in examination of advanced mathematics

TAO Zhixiong

(School of Sciences, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: This paper analyzes and sums up the errors in the examination of advanced mathematics. Based on years of teaching experience, the author points out factors that may cause these errors, analyzes some objective factors, and puts forward some ideas and proposals to change the status.

Key words: advanced mathematics; examination; error analysis

英国心理学家贝恩布里奇曾说过:错误人皆有之,作为教师不利用是不可原谅的^[1]。中国也有句谚语:人非圣贤,孰能无过。学生学习或考试中出现错误并不可怕,可怕的是教师没有从中总结和利用。从学生的错误中总结出学风和学生犯错的原因,根据现在学生的学习特点,善于在教学中利用学生常见错误^[1-3],将对提高学生对数学概念、结论的理解和运用,以及一般高等数学计算方法的掌握大有益处。

学风下降是全国普遍性的现象,正由于出现这样的情况,作为教师除了应该在课堂上不断提醒外,同时也应该在考前不断提醒,并用实例来教育他们,引起他们足够的注意,同时提高他们的相关能力,这不仅有效而且很有必要。

本研究基于这个想法收集了学生在高等数学^[4](以下简称高数)考试中出现的部分错误,并做了一些简单的分析和归纳,希望对读者能够有参考价值。

收稿日期: 2013-01-08

基金项目: 浙江科技学院教学研究项目(2009 II B-a53)

作者简介: 陶志雄(1961—),男,浙江省绍兴人,副教授,博士,主要从事几何拓扑学研究及大学数学教学。

为了直观和形象,笔者采用了一些学生试卷中错误的原照片,考虑到不侵害学生个人权利,所以不提供错误者的信息。

因为取材的范围不是很大,所以有以偏概全的可能,请读者谅解。一般而言,高等数学考试题型主要有选择题、填空题、计算题、应用题和证明题五大类,本研究按照学生在前四类题型考试中出现错误进行分析和讨论。

1 选择题和填空题中的错误

选择题一般主要考学生对基本概念和基本结论等的掌握情况,填空题则考一些基本的、难度较低、大纲中要求不是很高的计算,这些题只要少量步骤就可以得出结果。当然,由于每个教师观点不同,所以可能有不同的侧重。在这些部分的考题中出现的考试错误有以下几个方面:

1) 不愿意记忆公式和结论,或者记不清楚这些公式、结论的细节,这是学生最易犯的毛病,而这些公式、结论都是平时要求记忆的。譬如选择题(A) $\int u dv = uv + \int v du$; (B) $\int u dv = uv - \int v du$; (C) $\int uv' dx = uv + \int u' v dx$; (D) $\int uv' dv = uv - \int u' v du$ 中哪个是正确的?往往使一些学生犯难,看看似乎都对。而选择题通常会考学生最易犯错的题目,甚至设置陷阱,粗心的学生就很容易“上当”。

2) 最基本的概念不清,有些学生不会从试卷上获得需要的知识,找到需要的答案,譬如要找出下面选项中哪个是错误的: (A) $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$; (B) $d \int f(x) dx = f(x) dx$; (C) $\int df(x) = f(x)$; (D) $\int f'(x) dx = f(x) + C$,很明显地, (C) 和 (D) 是两个不定积分的结果,但表达不同,此时应该回忆起不定积分答案中必须含有一个常数,这是学习不定积分应该注意到的,是不定积分中最基本的知识。有趣的是在填空题中忘掉这个任意常数的很少,而在选择题中却不知道选哪个。

3) 从涉及极坐标的考题情况来看,有些学生接受知识比较慢,更不会自己消化知识。

4) 学生对无界函数的理解还是处在似懂非懂的状态。他们经常会不由自主地将其与无穷大混为一谈。

5) 学生对中学时学过的某些类型的做法譬如单调性的判别比较不容易犯错,但如果稍作变化就会出现错误。说明很多学生在吃老本。

6) 一些学生对两个重要极限很不清楚。在一些极限运算中不会也不知道使用等价无穷小来简化运算,或者对那些最基本的等价无穷小关系式(例如 $x \sim \sin x$) 非常模糊。

7) 不重视一些最基本的运算和做法(譬如利用函数的奇偶性、定积分的几何意义、特别是利用上半圆的面积来计算定积分——这是课堂必讲的例子),虽然这样的考题出现的频率较高,学生在复习的时候一定会复习到,但笔者发现有一年的期末考试,对于这样的考题至少有 19 种不同的错误回答,令人惊奇!

8) 如果一个题目涉及两个概念或者两种做法结合,不管多么基本,出错率会比较高。譬如:求由 $\int_0^y e^t dt - \int_0^x \cos t dt = 0$ 所确定的隐函数的导数。这是一个隐函数和变上限积分的求导问题。笔者在教学中也注意到学生在学习这两个知识的时候似乎掌握起来比较困难,他们经常将隐函数方程中的 y 应该视为中间变量感到不理解或者会在手忙脚乱中忘掉这一点。

9) 答错率最高的那些题目令人意想不到。如题为:如果函数 $y = 2x$ 是二阶线性微分方程 $y'' - 2y' + y = f(x)$ 的一个特解,则该方程的通解为_____。这题答错率不仅接近 30%,甚至有很多空白不回答的。笔者认为很多学生看到不具体的 $f(x)$ 就将问题想得复杂了,不知所措,有着天生的惧怕心理。有些则对解的结构不清楚。笔者认为原因在于中学的教学出现了问题。当今的中学教学使一些学生思考问题如机器一样程式化,甚至还不如。

2 计算题中的错误

计算题中出现的错误往往比较具体,可以看得出学生哪些方面比较欠缺。笔者通过研究以往学生的考试卷总结得到以下几点:

1) 考查等价无穷小、罗必塔法则和变上限定积分的求导相结合的题目出现的问题较多,而这类考

题差不多每份期末卷子都会出现的题。例如:求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} t dt}{1 - \cos x^2}$, 这是一道常考且常规的题目,但学生在答题时,有的误将 $\cos x^2$ 视为 $\cos^2 x$, 有的将积分上限 x^2 写成了 x , 有的将分母的等价无穷小写错, 有的求导错, 有的求 1 的导数还是 1, 有的分子求导, 同时分母使用等价无穷小(这也许算是使用罗必塔法则吧), 有的只有结果, 有的留下空白, 有的还缺少极限号, 有的将定积分写成了不定积分, 有的计算定积分出错, 有的变成求极限之商了。

2) 在考查不定积分时, 如果需要既作变量代换又要进行分部积分, 那么出错率也会比较高。例如求不定积分 $\int \ln(1 + \sqrt{x}) dx$ 。很多学生不知道要先变量代换然后再使用分部积分法。有些虽然知道, 但不是变换写错就是分部积分运算出错, 包括涉及的复合函数求导也可能出错。笔者认为主要是很多学生对基本功不屑一顾, 普遍存在的眼高手低的原因造成的。

3) 计算造成错误的最大原因就是粗心。譬如上面提到的题目抄错, 有的更是代入出错, 有的在使用牛顿-莱布尼茨公式时上下限代入出错, 有的在改写时出错, 譬如将 $\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$ 写成为 $\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^{-5}$, 将 $\cot x$ 抄成了 $\cos x$, 或者抄写成了 $\cos t x$, 等等(部分错误见图 1 例)。

The image shows handwritten student work for Example 1. It contains several errors:

- The differential equation $y' + 2y \cdot \frac{1}{x} = \frac{\cot x}{x}$ is written with a dot between $2y$ and $\frac{1}{x}$.
- The integrating factor is incorrectly calculated as $P(x) = 2x^0 Q(x) = \frac{\cot x}{x}$.
- The general solution is written as $y = \left(\int \frac{\cot x}{x} \cdot e^{2x} dx + C \right) \cdot e^{-2x}$, which is incorrect.
- The integral $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx$ is incorrectly transformed into $\int_1^{+\infty} \frac{x+1-x}{(x+1)^2} dx$.

图 1 例 1

Fig. 1 Example 1

4) 如果求定积分值、求极限等需要考虑去掉绝对值, 或者需要分段考虑, 这会使很多学生感到犯难。譬如要计算定积分 $\int_0^1 |2x - 1| dx$, 譬如 $f(x)$ 是一个定义在区间 $[-1, +\infty)$ 上的分段函数, 要计算 $\int_0^x f(x) dx, x \in [-1, +\infty)$, 或者要求学生自己先分段然后积分, 等等, 这类题目出错率往往比较高。

5) 对于广义积分, 一些学生容易将该类积分像常义积分一样计算, 即使用和差的常义积分等于常义积分的和差的性质。譬如计算广义积分 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$, 一些学生就会将其改写成 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x} - \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x+1}$ 来计算(见图 2 例)。其实, 即使在常义积分情形, 这一性质也要保证所涉及的两个积分都存在才能够使用。

The image shows handwritten student work for Example 2. It demonstrates an incorrect application of the linearity property to an improper integral:

$$\begin{aligned}
 &= \int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx - \int_1^{+\infty} \frac{1}{x+1} dx \\
 &= \int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx - \int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx + \int_1^{+\infty} \frac{1}{x+1} dx \\
 &= -1 - 0 + 1 - \frac{1}{2} \\
 &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

图 2 例 2

Fig. 2 Example 2

6) 在解微分方程中, 一些学生不会区别方程类型, 从而也就不知道应该套用哪一种解法。譬如还是上面提到的微分方程, 有学生就做成图 3 示例这样的。

$$\begin{aligned} \text{两边同除以 } x, \text{ 得 } \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} &= \frac{\cot x}{x^2}. \\ \text{令 } \frac{y}{x} = u, \text{ 则 } \frac{dy}{dx} &= u + x \frac{du}{dx} \\ \therefore u + x \frac{du}{dx} + 2u &= \frac{\cot x}{x^2}. \end{aligned}$$

图3 例3

Fig. 3 Example 3

7) 一阶线性微分方程是方程考试内容中最容易考到的,但很多学生却没有记住这个公式。

8) 有些错误属于中学基础不好导致的,譬如在幂指数函数求导、求极限中通常需要换底,但是一些学生不会换,对于换底感到很陌生,甚至不知道 $2\ln x = \ln x^2$,尽管他们也承认在中学学过。另外,对 $1 + \sin x$ 是一个完全平方, $\cos x + \sin x$ 可以改写成 $\sqrt{2}\sin(x + \pi/4)$, $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$,三角函数的和差化积,积化和差等,他们也不知道。于是出现种种错误。

9) 有的学生甚至对已知的公式改写后的形式会感到陌生,尽管这种改写其实没有多大的变化。譬如 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$,在大学里经常会写成 $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$, $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ 。由此,考试题一旦需要这种改写的形式,那么就会容易出错。

10) 一些学生喜欢三级跳远式地运算,跳跃式地几步合成一步书写解题的过程,这样非常容易出错,经常会毫无理由地从一步跳到了另一步,有时候完全是莫名其妙的,譬如 $\left(\frac{\cot x}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2 \sin^2 x}$, $\int \frac{\cot x}{x^2} dx = \int \frac{1}{\sin x \cos x} dx$ 。

由于上述的种种问题,有时候看起来非常简单的题目,但错误率却高于其他稍难的题目,也属正常了。

3 应用题中的错误

应用题对于现在的学生来说是比较难一些,因为这部分的内容往往会综合一点,除非出题时完全按照书上的简单例子,否则,错误率就很高,分析下来有以下几点:

1) 一般应用题需要将考虑的对象直观化,然后再将其写成相应的数学表达式。这类题首先需要分析,一般来说绝大多数的学生缺乏这方面的能力。因为他们往往习惯于程式化地思考问题。涉及分析的题目无论是考试也好,平时练习也好,都会出现各种问题。譬如计算椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 所围成的面积。最基本的要先分析得出只需计算第一象限部分的面积即可,然后考虑需要使用什么方法计算。有的学生虽然能正常地想到用什么方法计算这一步,但到后面好像脑力不行了,计算开始出错了、积分上下限错、代入出错、变换出错,甚至连最基本的如 $y'y = -x$ 这样的可分离变量型的方程也不会求解了(见图4例),正如前面计算题错误分析所指出的那样,不会识别方程类型等。这样,虽然题目较简单,但还是有不少人出错。如果遇到难一点的,可能90%以上的学生就会“倒下”。

$$\begin{aligned} \text{设 } (x, y) \text{ 为曲线上任意一点,} \\ \text{由题设得: } \frac{dy}{dx} \cdot \frac{y}{x} &= -1. \\ \frac{y}{x} &= 2 \\ \frac{dy}{dx} &= -\frac{x}{y} \\ \frac{dy}{dx} &= u + \frac{dy}{dx} \end{aligned}$$

图4 例4

Fig. 4 Example 4

2) 如果考题只有文字描述,没有数学表达式,那么可能有至少一半以上的学生会出错。例如:已知一曲线通过(0,2)且曲线上任意一点的切线都垂直于该点与坐标原点的连线,求此曲线的方程。学生不知道怎样表示“此点与坐标原点的连线”或者它的斜率,一些学生将“任意一点”用特殊的(0,2)点代替,随意修改题目,将变动的切线变成为一条固定的直线。更多的学生理解为“曲线上的任意一点切线都垂直于y轴”。再如那些利用截面面积来求体积的题,如果没有图示,如果没有数学表达式,绝大多数学生将会出错。究其原因,一方面在教学上很少讲到变动的直线,另一方面,学生缺乏直观的形象,也不知道怎样将这些文字分析之后转变为数学表达式,从这一点来看,说明学生对数学的理解是有问题的,也说明教学上对数学的应用讲解不够,练习也不够。

3) 有些学生将面积公式、旋转体的体积公式和弧长计算公式相互错用,这也说明事先练习不够。图5例是两个计算面积时出错的例子。

Figure 5 shows two examples of incorrect area calculations. The left part shows a student incorrectly using the formula for the area of a sector, $S = \frac{1}{2} r^2 \theta$, with $r = a \cos \theta$ and $r = b \sin \theta$, leading to $S = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi \sqrt{(a \cos \theta)^2 + (b \sin \theta)^2} d\theta$. The right part shows a student incorrectly using the formula for the area of a sector, $S = \frac{1}{2} r^2 \theta$, with $r = a \cos \theta$ and $r = b \sin \theta$, leading to $S = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} d\theta$, which is then incorrectly simplified to $4\pi ab$.

图5 例5

Fig. 5 Example 5

4) 由于缺乏直观能力,如果涉及要求两条曲线围成的图形绕着某条轴旋转所得体积的题也会有较多的错。譬如这两曲线是: $y = \sqrt{x}$ 和 $y = x^2$,轴: x 轴,就会有很多学生按照图6例所示的方法去做。

Figure 6 shows three examples of incorrect volume calculations. The first part shows a student incorrectly using the formula for the volume of a solid of revolution, $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)^2 dx$, leading to $V = \frac{9}{10} \pi$. The second part shows a student incorrectly using the formula for the volume of a solid of revolution, $V = 2\pi \int_0^1 (x - x^2) dx$, leading to $V = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$. The third part shows a student incorrectly using the formula for the volume of a solid of revolution, $V = 2\pi \int_0^1 \sqrt{x} dx - 2\pi \int_0^1 x^2 dx$, leading to $V = 2\pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx - 2\pi \int_0^1 x^2 dx$.

图6 例6

Fig. 6 Example 6

5) 对于不定积分计算的掌握似乎有较大的问题,有些学生虽然能够得出简单应用题的数学表达式或者关系式,但对其中出现的积分计算错误率较高。当然,这种错误也不仅仅是在应用题中出现。

6) 有些学生甚至不知道导数就是切线的斜率,所学到的知识之间没有相互联系起来。

4 归纳总结

导致学生考试出错除了上面提到的原因之外,还有很多的主观、客观因素。

4.1 主观因素

1) 有一些学生比较懒,学习缺乏主动性和自觉性。一些学生的观念有问题,他们受到一些中学教师不正确的引导,以为大学里不学也可以轻松过关,很多中学教师就是这样鼓励他们参加高考的。进大学的奋斗目标已经实现,过去为了高考勤奋学习,但是进了大学没有这样的压力了,于是原有克制的欲望便释放出来。正如一些研究中国教育的专家所说的那样:小学、中学没得玩,大学里痛痛快快地玩。对各种诱惑不再抵抗。再说大学里有更多的外来诱惑,手机、游戏、电子小说、各种活动、比赛等。有些学生自控能力较差,这些诱惑转移了他们的注意力,导致他们无法静下心来听课和学习。有的学生偏科比较严重,有的学生学习VB之类课的时候坐在第一排,学高数则坐在最后一排,甚至睡觉。他们认为数学没有用。他们期待最好一天就能拿到文凭。种种现象和社会的浮躁之风密切相关。以下是一位学生在考试中亲笔写下的一段自白原文,写得很好,很真诚,反映了一些学生的学习心理,非常值得教师思考和研究。

【不成功,不放弃,不抱怨,不埋怨。(笔者注:重复写了几十遍)

下半学期的高数从来没有听过,面对题目,我不知道,那是难还是简单,总之什么都会,傻傻地坐着,满

心的罪恶感,想到老爸老妈我真的十分惭愧,我是一个很不安分的孩子,看到别人在做题,而我不知道做什么,可我不想呆呆地坐着,高中我经历过许多,我奋斗过,大一我想给自己一个机会,让自己放松一下,事实证明我错了,我反而活的更累,行的自由,心的愧疚与深深的不安,没有人了解我,我当然不会甘心如此过完我的大学生生活,选择走这样的大一的路,其实我也学到了一些东西,无形中我? 着自己的抗力,同时在罪恶中挣扎我隐隐的好像得到了一种态度,我也是一无所获,心中想考个30分也知足了,因为从来没听过呀!看到那些字符,我不认识它,它也不认识我,此时此刻其实下课的铃声对我也许是一种解脱,看到别人做着,而我却闲着!

看到别人笑着而我却无耐着!

看到别人看书着,而我却身? 着!

哪怕内心有深深惭愧,想过坐在桌旁,去给自己一丝舒适但床上一片平静,连一丝“吱吱”声都没有,只是内心起伏着,旋转着,震撞着罢了!人生的路是你自己选择怎么走的,我们可以输,但不可以没有勇气承担!】

(笔者注:短文中错别字未改,“?”指原文字看不清)

2) 一些学生不耐烦,粗心。有些学生小聪明很多,但是却很骄傲,特别是刚进大学的学生,听了半句就“知道”下面了,于是不想听了,只求一知半解,不求甚解。

3) 自我意识过强,不愿意问,问了怕出丑,没面子,又没有自信。有些独生子女的一大特点就是自己不行却又很固执,自以为是,不接受他人的意见,自我中心比较强,所以教师平时反复强调的他们往往不重视,以为教师随便说说的,更不会将教师提到的要点和注意点做一些特别的标记。这可能和中学教师常说“狼来了”以致他们对大学教师所说的不以为然有关,有些学生亲口对笔者说起这样的感受,有时他们甚至会反感我们的提醒和告诫。

4) 有一部分还比较用功的学生的学习方法不当,学习习惯不好,他们的学习习惯仍然是应付高考,做难题、偏题、怪题,从根本上还没有适应大学高数的学习需要理解、重视概念和基础。由于缺乏基本功,所以如果是几个知识点在一起的考题就会有比较多的学生做不出来,虽然大学数学中单个的知识经常看起来很简单。一些学生不会总结,不是通过做题加深对概念和结论的理解,而是背题目,甚至背答案,死板做题,没有从理解着手,题目稍微一变就不会了。有的为了节省纸张,草稿纸上写得密密麻麻没有条理,连自己都搞糊涂了,考试时也是这样,结果出错。有的没有草稿纸,课堂练习都做在书上,书上的空隙实在有限,就省几步吧,这样就养成了“三级跳远”的习惯,回过头来检查,又无法发现错误所在,缺乏应有的练习,查错的能力自然就没有了。查错其实是一种很重要的知识运用。

5) 有的学生冒充懂,眼高手低,看到简单的不愿意练习,看到中等以上的譬如涉及抽象函数的就认为难,心理就产生莫名的恐惧。有的由于平时花的时间过少,甚至期末复习的时候也很少练习,基本功不扎实,基本运算不熟练,考试就很少有时间检查,即使有时间查也查不出来。有的上课做练习只是装装样子。有不少学生,平时本来练习少,他说他复习就是看书,理由是还不懂,需要学习,结果从头至尾看,不做练习,对教师的建议不以为然,看完了就算是复习好了。由此造成公式、结论运用和基本做法不熟练,公式记错。平时不积累,就靠考前的冲刺,不出错恐怕就很难了,由于期末考试科目多,记忆的公式等也多,结果,大脑疲劳了就根本想不起来。另外一些学生长期依赖于习题解答,一旦没有答案(如考试),心里就发毛了,于是错误难免会发生了。

4.2 客观因素

1) 一些基本方法和概念,中学该教却没有教,似乎高中都用来应付高考了,造成学生学习变得比较刻板,有时有点像机器人一样,也使得非常多的学生已经厌恶了学习,内心希望远离学习。

2) 考试出错率高跟考试时间距离教学结束时间相距较长也有一定的关系。由于间隔时间太长,导致教师强调的注意事项都已经忘记。

3) 目前在教学目标制定中只求够用或者会计算,各个专业学院的这种想法也无形地影响了学生的

学习。有些教师无形中灌输数学无用论,也都直接或间接地影响了学生的学习兴趣。课时严重不足,教师在课堂上没有时间检查学生的学习情况,学生没有充足的时间消化概念,加上高数本身较难学,也是导致学生错误率高的一个重要原因。笔者认为,目前的课时对于本校的学生来说是不够的。真正对一个概念有比较深的理解需要比较长的时间,且并不简单也不容易。笔者认为不可能在短时间内对学生有较高的要求。如果要实现各个学院目前的想法,笔者建议不如进行彻底的教学改革,学生分成两类,或几类,其中一部分教学上注重概念、理论理解,会最基本的运算。计算则主要通过软件来进行,换言之,高数和一门计算软件(matlab, maple, mathematica 等)同时进行。这个想法笔者曾经在四五年前马知恩教授访问理学院的时候提出过,这个想法应该非常适合于那些限于够用的专业或者个人。当然,在操作上各学院应该有明确的指导意见,同时由校有关专家小组监督审核等,以及有专门的指导委员会,而学生则应该按照这个指导意见类似浙江大学那样选择上哪门高数课。

4) 一方面,过于强调学生的评教,严重影响教师对学生的严格要求(每年的评教成绩中学生评分占的比例是比较高的,如果没有什么特殊情况,“他评”其实也是与学生给的评分一样),这种评教使得教师在课堂上有很大的顾虑,因为这一评定对教师职称晋升,以及年度考核至关重要。有的学生通过评教来要挟教师,譬如督导组中的教师 $\times\times\times$ 的学生公开对他说:“你给我不及格,我就给你零分。”督导组中的另一名教师一向严格要求学生,但得到的评教分仅 40 分。教师的劝说、引导过多或者严格要求学生等只会导致学生对教师的憎恨,以及得到学生的差评,也导致学生错误地评价自己,从而使他们走向错误的方向。由此可见,在现有的思路之下,学生不愿意学的现象无法根本改观。如果这种教学制度不改革、评教制度不改变,那么,学生不愿意学的现象也就无法得到根本改观。另一方面,现在有些对大学教师的教学评价标准有问题,这些标准如同对中学教师的教学评价标准一样,如果教师能够仔仔细细地将一个过程分割成几个步骤,第一做什么,第二……,等等,像计算机编程一样,不需要学生去动脑子思考,那么这就是个好教师,导致学生有很大的依赖心理,最好教师什么都讲清楚,没有答案心理就不安。这种对教师的极端依赖的学习方法就像是吃鸦片一样很难摆脱,很难培养学生的独立思考能力、创新能力,甚至导致一些比较好的学生也是这样,即在细节上很容易出错。大家都知道成功在于细节,没有思考和练习就很有可能忽视这些细节。

5) 中学里经常用的简单知识相对来说就不易犯错,而书上比较少的练习题就容易错,有些考题笔者认为非课程重点要求的内容,因此练习就比较少,甚至没有。比如,在教科书中使用定积分中值定理的练习只有两个,而使用这个定理的例子可以说没有,只在证明变上限的连续函数的定积分可导,或者说只在说明它是该连续函数的原函数中使用。考了这样的题目,学生就会容易出错。

6) 现在的学生过多地受到各种非学习因素的干扰,致使他们很分神。《华尔街日报》最近的一篇研究报告“为何你无法读完这篇文章”很值得教师参考,报道写道:尽管数字技术让生产效率大为提高,但现代的工作方式简直就是为毁掉个人的注意力而量身定做的。……而大量来自社交网站的信息及好友状况更新的诱惑,让人们一不小心就会分神^[5]。有学术研究发现,由于有大量的数字化的和人为的干扰因素,因此办公室职员基本上每三分钟就会被打搅(或是自我打搅)一次。美国加州大学欧文分校(University of California, Irvine)信息学教授、研究数字干扰的格洛丽雅·马克(Gloria Mark)说,一旦被打断,人们需要大约 23 分钟的时间重新回到其原先的工作。尽管现在的学生并不是企业的员工,但是他们所处的环境却和那些员工具有很大的相似之处,各种各样的活动,各种网上的信息、交流等,以致他们的学习经常会分心,而且比较难再回到原来专心学习的状态中来。所以对于现在学生的这种学习状况,教师不能把问题的责任全部推给学生,也需要教师做一点反思。其中一点就是怎样营造一种氛围使得学生能够更好地专心学习,这也是每所大学都应该思考和要去做的事情。

5 建议和探讨

对教师来说必须对学生加强相关内容的练习,使用巧妙的方法使得学生积极投身于这些练习之中,

这是今后值得研究和探索的;换言之,如何在现有的课程内容不变,以及政策不变的情况下,使得学生能够熟练掌握相关的知识。作为一门公共基础课,高数可能需要集体的智慧,才能够很好地完成这一难度比较大的教学任务。对此,笔者提出以下的建议:

首先对学生进行分班,这一想法已经在上面提到,不再重述。为了适应新的教学思路必须修改大纲。适当采用一些中小学中行之有效又适合大学生的教学方法,譬如对一些概念、结论、方法适当地重述和提问。对于普通的学生一个概念讲一遍是远远不够的,理解一个概念需要时间和反复。这也是众所周知的事实:现在很多学生的一半脑子在课堂上,另一半不知道在哪里,班级学风和程度越差,重述概念、性质、公式、结论及常规做法就越有必要。平时提问学生显然很有必要。所以在课时紧张的前提下,宁可减少一些次要的内容,甚至减少一些结论的证明,保证有一定时间的提问很有必要。这样做的好处,一方面不使学生被动学,变被动为主动,可以活跃学习气氛;另一方面也是满足了有些学院够用的想法。当然,在笔者的教学过程中也尝试过提问,有些学生不回答,拒绝回答,教师也毫无办法,因为要评教!教师有后怕!无数实践已经证明不能对学生严格要求,只能巧妙地引导。

利用一些常见的错误来让学生纠错也是一种很好的教学方法^[3-4],譬如利用上述的这些错误,让学生自己来纠错。过去,教师在课堂上很少也没有时间去有意培养学生的纠错能力。其实这是教学中不应该忽略的教学环节。从卷子上看,学生很缺乏这种能力。根据人的特点:看别人的错误容易、看自己的错误不易,如果多花时间让学生来检查别人的错误,逐渐地就会提高检查自己错误的能力。这种练习,不仅提高了学生纠错的能力,更重要的是巩固了知识。当然就怕学生上课不愿意动脑筋,否则也是徒劳的。让学生自己重复一些结论等,或者让学生自己来总结某些章节的内容,都是让学生很好地参与课堂教学、活跃气氛的方法。较少的批评,更多的赞扬和引导可能效果会更好。

对于很多数学教师来说,改变观念也是非常重要的,改变出题喜欢设陷阱的习惯,太多的陷阱对于一个教师来说不小心也会踏进去。大学的教学中教师要让学生无形中有一种压力,使得他们的学习习惯朝着主动、自觉的方向前进,诱使他们不知不觉地逐渐适应大学的学习要求,从而提高他们独立学习的能力,为今后工作中更好地施展才能创造基础。要想在今后的竞争中立于不败之地,就必须具备这些能力,要想肌肉发达,不可能没有肌肉痛。就像练武术一样,怕痛就练不好武术。能吃苦、勤奋仍然是这个时代要提倡的学习精神。

6 结 语

把过去的学生考试错误引入课堂上,不仅能让学生明白以往学生的错误,而且也能提高上课的趣味。由于这些错误往往带有普遍性、多发性,因此对学生在学习应该注意什么,应该提高什么将会起到极大的帮助和提醒作用。别人的错误易发现是人们显著的心理特点,将以往学生的考试错误作为课堂练习,一方面提高了学生对知识的熟练运用的能力,另一方面也提高了他们学习的效率和学习成绩。为了实现这一目标,还需要教师做许多的工作和努力。

参考文献:

- [1] 金樟红. 从错误中启迪智慧:谈数学教学中错误资源的利用[J]. 数学大世界:教师适用, 2012(5):6.
- [2] 李建新. 成就学生思维的宝贵资源[J]. 教育革新, 2007(4):57-58.
- [3] 张军. 理智对待学生的错误[J]. 宁夏教育科研, 2010(4):27.
- [4] 吴赣昌. 高等数学(理工类·简明版)[M]. 4版. 北京:中国人民大学出版社, 2011.
- [5] Silverman R E. 为何你无法读完这篇文章[EB/OL]. (2012-12-27)[2013-01-01]. <http://cn.wsj.com/gb/20121227/eoe072638.asp?source=whatnews>.