

# 余弦高斯光束通过 EIT 介质的传输特性研究

许森东

(浙江科技学院 理学院,杭州 310023)

**摘要:**为了研究余弦高斯光束通过电磁感应透明介质的传输特性,利用衍射积分理论推导出余弦高斯光束通过电磁感应透明介质光强的解析表达式。利用该解析表达式得到了余弦高斯光束通过电磁感应透明介质的光强。计算结果表明,余弦高斯光束的光强可以通过电磁感应透明介质的拉比频率调控。此研究结果提供了一种调控余弦高斯光束光强的新方法和技术。

**关键词:**余弦高斯光束;电磁感应透明;光强;拉比频率

中图分类号: O431.2

文献标志码: A

文章编号: 1671-8798(2014)01-0005-05

## Study on propagation properties of cosine-Gaussian beams through electromagnetically induced transparency medium

XU Sendong

(School of Sciences, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** In order to study the propagation characteristics of cosine-Gaussian beams through a electromagnetically induced transparency medium, the analytical expression is obtained for the intensity function of a cosine-Gaussian beams passing through the electromagnetically induced transparency medium based on the diffraction integral theory. The intensity of the beam through the electromagnetically induced transparency medium is obtained by using the formula. Numerical examples show that the intensity of the cosine-Gaussian beams can be modulated by the Rabi frequency of the electromagnetically induced transparency medium. The results

---

收稿日期: 2013-12-01

基金项目: 全国教育信息技术研究“十二五”规划 2013 年度青年课题(136241261);浙江省公益性技术应用研究计划项目(2013C31103);浙江省教育科学规划研究课题(2014SCG146)

作者简介: 许森东(1981— ),男,重庆市大足人,工程师,硕士,主要从事人工复合电磁介质研究。

provide a new method and technique for modulating the beam intensity.

**Key words:** cosine-Gaussian beams; electromagnetically induced transparency medium; intensity; Rabi frequency

余弦高斯光束是厄米正弦类高斯(HSG)光束的一种特例,它最早由王绍民提出。1999 年王绍民等人为了较好地描述有相位台阶光学谐振腔的光束模型,提出了一种新的光束模型——余弦高斯光束<sup>[1]</sup>。由于余弦高斯光束在优化激光放大器的效率方面具有实际应用价值,因此,余弦高斯光束模型自提出以来就立即引起了科研人员的兴趣,科研人员对其进行了大量研究。王喜庆等人通过对余弦高斯光束的聚焦和传输特性的研究,得到了余弦高斯光束通过硬边光阑的解析传输公式<sup>[2]</sup>;包建勤等人对余弦高斯光束通过左手平板材料的传输特性进行了研究,实现了通过调节负折射率材料的参数来调控余弦高斯光束的传输特性的目的<sup>[3]</sup>。

电磁感应透明材料由于其独特的物理特性和光学性质,以及其巨大的潜在应用价值,自发现以来就得到了科研人员的广泛研究。如庄飞等人利用电磁感应透明气体实现了对光子带隙结构的调控<sup>[4]</sup>;许森东等人利用电磁感应透明介质实现了对布儒斯特角的控制<sup>[5]</sup>。

本研究探讨余弦高斯光束通过  $\Delta$  型三能级电磁感应透明材料的传输特性,通过调控电磁感应透明材料的参数来实现对余弦高斯光束光强的控制。

## 1 理论与方法

### 1.1 $\Delta$ 型三能级系统中的电磁感应透明

研究  $\Delta$  型三能级系统中的电磁感应透明,其折射率  $n = \sqrt{\epsilon}$ , 介电系数  $\epsilon$  为(考虑局域场修正)<sup>[4]</sup>:

$$\epsilon = 1 + \frac{N\beta_e}{1 - \frac{N\beta_e}{3}} \quad (1)$$

式(1)中: $\beta_e$ —原子极化率; $N$ —电磁感应透明材料的原子数密度。

$$\beta_e = \frac{i |D_{12}|^2}{\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{\gamma + i(\Delta_p - \delta_c)}{Z} \quad (2)$$

式(2)中:

$$Z = (\Gamma + i\Delta_p) \cdot [\gamma + i(\Delta_p - \delta_c)] + \frac{1}{4}\Omega_c^* \Omega_c \quad (3)$$

$D_{12}$ —能级跃迁偶极矩; $\Delta_p$  与  $\delta_c$ —控制光与探针光的频率失谐。

式(3)中: $\Gamma$ —无辐射衰变率; $\Omega_c$ —控制光的拉比频率; $\gamma$ —能级的自发辐射率。

### 1.2 余弦高斯光束的传输特性

研究余弦高斯光束一维傍轴衍射情况,余弦高斯光束沿  $z$  轴进入电磁感应透明介质(EIT 介质),如图 1 所示。在  $z = 0$  平面上余弦高斯光束的场矢量可以表示为<sup>[3]</sup>:

$$E_0(x_0, y_0, 0) = A_1 \exp\left(-\frac{x_0^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left(-\frac{y_0^2}{\omega_0^2}\right) \cos(\Omega_0 x_0) \cos(\Omega_0 y_0) \quad (4)$$

式(4)中: $\omega_0$ —光束的束腰宽度; $\Omega_0$ —余弦项相关参数值;

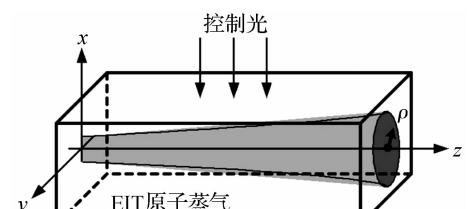


图 1 余弦高斯光束通过 EIT 介质示意图

Fig. 1 Propagation of a GSM beam

through an EIT atomic vapor

$A_1$ —场中心处的振幅。

利用惠更斯-菲涅耳积分可得,当余弦高斯光束进入EIT介质后,输出平面的场矢量可以表示为:

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda B} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0, y_0, 0) \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} [A(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0 x + y_0 y) + D(x^2 + y^2)] \right\} dx_0 dy_0 \quad (5)$$

式(5)中: $k$ —波数; $A, B, D$ —光束通过EIT介质的传输矩阵元。

光束通过EIT介质的传输矩阵可表示为:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{z}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

利用以下积分式:

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos(xy) dx = \pi^{\frac{1}{2}} a^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{y^2}{4a}} / 2$$

将式(4)代入式(5),经积分整理后可得:

$$E(x', y', z) = A' \left( \frac{ik\omega_0^2}{2B + ikA\omega_0^2} \right) \exp \left( -\frac{B\Omega_0^2\omega_0^2}{2B + ikA\omega_0^2} \right) \exp \left\{ \frac{[k^2\omega_0^4(AD - 1) - 2ik\omega_0^2BD](x'^2 + y'^2)}{2B(2B + ikA\omega_0^2)} \right\} \times \cos \left( \frac{ik\Omega_0\omega_0^3 x'}{2B + ikA\omega_0^2} \right) \cos \left( \frac{ik\Omega_0\omega_0^3 y'}{2B + ikA\omega_0^2} \right) \quad (7)$$

式(7)中: $x' = \frac{x}{\omega_0}$ ,  $y' = \frac{y}{\omega_0}$ ;  $A'$ —常数;令  $\alpha = \Omega_0\omega_0$ ,为调制参数。

将式(6)代入式(7)经整理可得:

$$E(x', y', z) = A' \left( \frac{ikn\omega_0^2}{2z + ikn\omega_0^2} \right) \exp \left( -\frac{z\alpha^2}{2z + ikn\omega_0^2} \right) \exp \left\{ \frac{-ikn\omega_0^2(x'^2 + y'^2)}{2z + ikn\omega_0^2} \right\} \times \cos \left( \frac{ikn\alpha\omega_0^3 x'}{2z + ikn\omega_0^2} \right) \cos \left( \frac{ikn\alpha\omega_0^3 y'}{2z + ikn\omega_0^2} \right) \quad (8)$$

光束的光强  $I$  可表示为:

$$I(x', y', z) = E(x', y', z) E^*(x', y', z) \quad (9)$$

令  $A_0 = A'^2$ ,将式(8)代入式(9)可得到余弦高斯光束通过EIT介质的光强:

$$I(x', y', z) = A_0 \left( \frac{k^2 n^2 \omega_0^4}{4z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) \exp \left( -\frac{4z^2 \alpha^2}{2z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) \exp \left\{ \frac{-2k^2 n^2 \omega_0^4 (x'^2 + y'^2)}{4z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right\} \times \left[ \cos \left( \frac{2k^2 n^2 \alpha \omega_0^4 x'}{4z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) + \text{ch} \left( \frac{4k^2 n^2 \alpha \omega_0^4 x'}{4z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) \right] \left[ \cos \left( \frac{2k^2 n^2 \alpha \omega_0^4 y'}{4z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) + \text{ch} \left( \frac{4k^2 n^2 \alpha \omega_0^4 y'}{4z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) \right] \quad (10)$$

当  $x' = y' = 0$  时,可以得到余弦高斯光束在EIT介质中沿轴向的光强分布:

$$I(0, 0, z) = A_0 \left( \frac{k^2 n^2 \omega_0^4}{4z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) \exp \left( -\frac{4z^2 \alpha^2}{2z^2 + k^2 n^2 \omega_0^4} \right) \quad (11)$$

式(11)显示,可以通过调控EIT介质的折射率来控制余弦高斯光束通过EIT介质的光强,改变EIT介质的  $z$  值也可以控制余弦高斯光束的光强。从式(1)、式(2)和式(3)可以看出:EIT介质的折射率可以通过外部控制光的拉比频率调控,因此,调控EIT介质的外部控制光拉比频率即可实现对余弦高斯光束光强的控制。

## 2 数值计算分析

通过计算,得到了余弦高斯光束通过电磁感应透明介质的传输特性。EIT 原子蒸气参数选取以下值<sup>[4]</sup>:  $\Gamma=1.2\times10^8\text{ s}^{-1}$ ,  $\gamma=1.2\times10^7\text{ s}^{-1}$ ,  $\Delta_p=1.0\times10^8\text{ s}^{-1}$ ,  $\delta_c=0$ ,  $D_{12}=1.0\times10^{-30}\text{ cm}$ ,  $N=2.53\times10^{23}\text{ m}^{-3}$ 。余弦高斯光束的参数选取如下值:  $\lambda=0.0106\text{ mm}$ ,  $\omega_0=0.96\text{ mm}$ ,  $A_0=2$ 。其他参数为:  $\hbar=1.05\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$ ,  $\epsilon_0=8.85\times10^{-12}\text{ F/m}$ 。

图 2 为 EIT 介质控制光的拉比频率不同时( $\Omega_c=3.5\times10^8\text{ s}^{-1}$ ,  $\Omega_c=4\times10^8\text{ s}^{-1}$ ,  $\Omega_c=4.5\times10^8\text{ s}^{-1}$ )余弦高斯光束通过 EIT 介质轴上光强随  $z$  的变化图。从图中可以看出,光强随  $z$  的增加而逐渐减小。当 EIT 介质控制光的拉比频率不同时,光强也具有不同值。

图 3 为余弦高斯光束通过 EIT 介质当,调制参数  $\alpha$  取不同值时( $\alpha=1.5$ ,  $\alpha=2$ ,  $\alpha=2.5$ ),轴上光强随  $z$  的变化图。从图中可以看出,光强随  $z$  的增加而逐渐减小。调制参数  $\alpha$  取不同值时,光强也具有不同值。

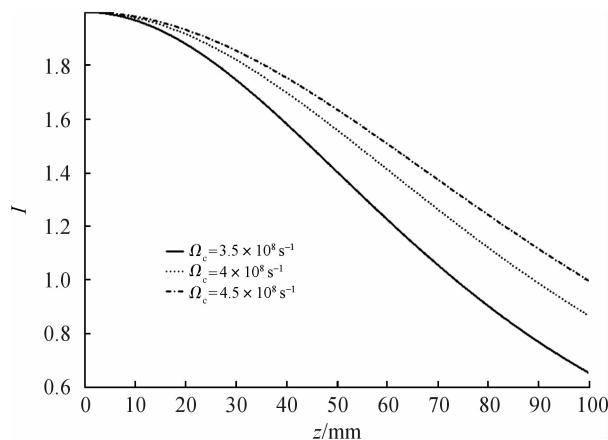


图 2 EIT 介质控制光拉比频率取不同值时轴上光强随  $z$  的变化图

**Fig. 2** Intensity distributions changing with propagation distance for different Rabi frequencies

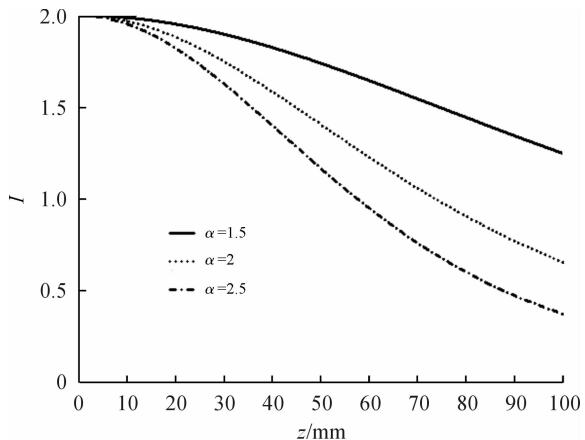


图 3 调制参数取不同值时轴上光强随  $z$  的变化图

**Fig. 3** Intensity distributions changing with propagation distance for different modulation parameters

当余弦高斯光束通过 EIT 原子气体,在  $z=20\text{ mm}$  时,在轴线位置的余弦高斯光束的光强随拉比频率变化计算结果如图 4 所示。从图中可以看出,余弦高斯光束在输出平面光强可以通过拉比频率调控,在  $\Omega_c=2.29\times10^8\text{ s}^{-1}$  时,光强具有最小值。同时,当调制参数  $\alpha$  取不同值时( $\alpha=1.5$ ,  $\alpha=2$ ,  $\alpha=2.5$ ),光强也不同,光强随调制参数的减小而减小。

当余弦高斯光束通过 EIT 原子气体,在  $\alpha=2.5$  时,在轴线位置的余弦高斯光束的光强随拉比频率变化计算结果如图 5 所示。从图中可以看出,余弦高斯光束在输出平面光强可以通过拉比频率调控,在  $\Omega_c=2.29\times10^8\text{ s}^{-1}$  时,光强具有最小值。同时,当  $z$  取不同值时( $z=10\text{ mm}$ ,  $z=20\text{ mm}$ ,  $z=30\text{ mm}$ ),光强也不同;当 EIT 介质控制光的拉比频率相同时,光强随  $z$  的增大而减小,这与前面的计算结果是一致的。

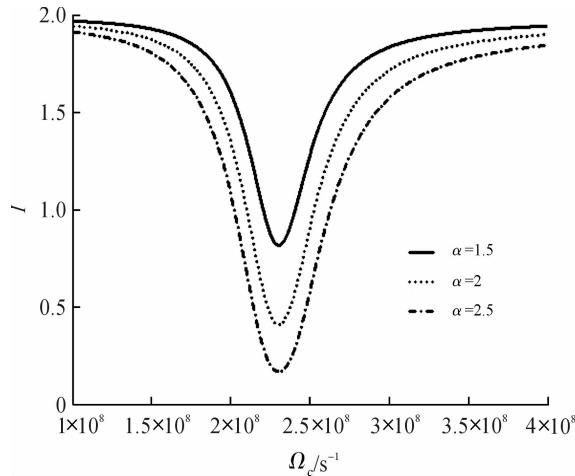


图4 调制参数取不同值时轴上光强随拉比频率的变化图

**Fig. 4** Intensity distributions changing with Rabi frequency for different modulation parameters

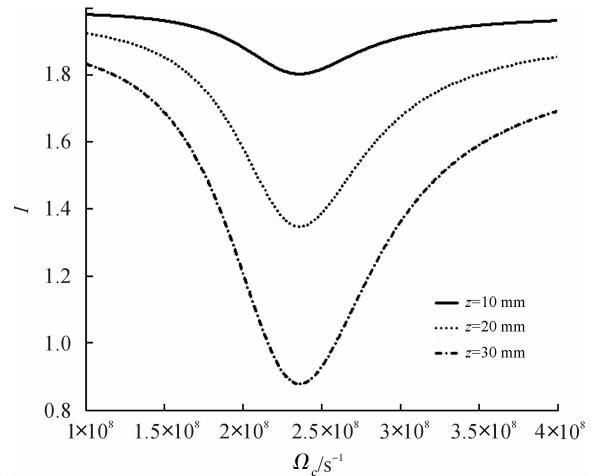


图5 z取不同值时轴上光强随拉比频率的变化图

**Fig. 5** Intensity distributions changing with Rabi frequency for different propagation distances

### 3 结语

通过分析,得到了余弦高斯光束通过电磁感应透明介质的传输光强的解析表达式。该表达式可以用于计算和研究余弦高斯光束通过电磁感应透明介质的光强的变化。计算结果显示,余弦高斯光束的光强可以通过控制光的拉比频率调控,当 $\Omega_c=2.29\times10^8\text{ s}^{-1}$ 时,获得了最小的光强。这些发现为人们提供了一种调控余弦高斯光束光强的新方法和技术,选取不同介质参数或者调制参数,就可以得到不同强度的光束。

### 参考文献:

- [1] 王绍民,林强,江晓清.余弦一高斯光束[J].光子学报,1999,28(4):367-370.
- [2] 王喜庆,吕百达.余弦高斯光束通过硬边光阑的解析传输公式[J].激光技术,2002,26(3):234-236.
- [3] 包建勤,张廷蓉,霍雅洁.余弦高斯光束通过左手平板材料的传输特性[J].光电子·激光,2013,24(6):1231-1237.
- [4] 庄飞,沈建其,叶军.调控电磁感应透明气体折射率实现可控光子带隙结构[J].物理学报,2007,56(1):541-545.
- [5] 许森东,庄飞.调控EIT气体折射率实现对布儒斯特角的控制[J].浙江科技学院学报,2012,24(1):6-9.