

基于时变 Copula 模型的股指收益率相依关系研究

胡月,王甜甜,夏厚君,雷柳荣,姜燕霞

(浙江科技学院 理学院,杭州 310023)

摘要: 为了研究股票市场之间的互动性与相关性,基于时变 Copula 模型研究上证指数、深证成指、香港恒生指数和美国道琼斯指数收益率间的相依关系。首先,对4个样本收益率序列建立自回归移动取平均-广义自回归条件异方差 (autoregressive moving average-generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, ARMA-GARCH) 模型族以确定单个边缘分布;其次,利用常见的常系数 Copula 函数及时变 Copula 函数分别对股指收益率序列的相依关系建立模型,并对这2种模型进行对比;最后,基于正态 Copula 模型分别对两两股指间的相依关系做比较分析。研究结果显示,时变 Copula 模型的拟合效果要明显优于常系数 Copula 模型;沪、深股市相依性最强,相关系数接近 0.9,A 股与港股的相关系数接近 0.5,与美股的相关系数在 0.15 上下波动,A 股与港股的相依性要强于 A 股与美股之间的相依性,港股与美股的相关系数为 0.27,与 A 股相比,港股与美股的相依性更强。本研究方法可应用于金融行业其他领域以了解资金的流向和市场效率。

关键词: 时变 Copula;股指收益率;相依关系;GARCH 模型族

中图分类号: F831.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-8798(2022)01-0094-11

Research on dependency of stock index returns based on time-varying Copula model

HU Yue, WANG Tiantian, XIA Houjun, LEI Liurong, JIANG Yanxia

(School of Sciences, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, Zhejiang, China)

Abstract: In order to study the interaction and correlation among the stock markets, the dependency among Shanghai Composite Index, Shenzhen Component Index, Hong Kong Hang Seng Index and US Dow Jones Index was explored on the basis of the time-varying Copula model. First, the autoregressive moving average-generalized autoregressive conditional heteroskedasticity (ARMA-GARCH) family of models was established for four sample returns series to determine a single edge distribution; next, the common constant coefficient Copula function and the time-varying Copula function were used to model the dependency of the stock index returns series respectively, results of which were then compared; finally, comparative

收稿日期: 2021-03-04

基金项目: 浙江省科技计划项目(2015C33088);教育部产学研合作协同育人项目(201901116048)

通信作者: 胡月(1964—),男,河南省西峡人,教授,硕士,主要从事概率论极限理论和金融精算研究。E-mail: huyue@zust.edu.cn。

analysis of the dependency between every two stock indexes was conducted respectively on the basis of the normal Copula model. The results show that the fitting effect of the time-varying Copula model is significantly better than that of the constant coefficient Copula model; Shanghai stock market has the strongest dependency on Shenzhen counterpart, with the correlation coefficient up to 0.9, in contrast to the correlation coefficient between A shares and Hong Kong stocks close to 0.5, and let alone the correlation coefficient between A shares and US stocks fluctuating around 0.15, which reveals that the dependency between A shares and Hong Kong stocks much stronger than that between A shares and US stocks. The correlation coefficient between Hong Kong stocks and US stocks is 0.27, which is stronger than that between A shares and Hong Kong stocks. This research method can be applied to other fields of the financial industry to understand the flow of funds and market efficiency.

Keywords: time-varying Copula; stock index returns; dependency; GARCH model family

随着经济全球化的加深,全球金融市场间的联系日益密切,股票市场在金融市场中占有非常重要的位置,研究全球股票市场之间的相关性变得尤为重要。Sklar 在 1959 年第一次提出 Copula 函数的概念,2006 年 Nelsen^[1]对 Copula 函数的性质和含义做了详细、全面的介绍。20 世纪 90 年代末,Copula 函数逐渐开始在金融领域被应用,韦艳华等^[2-4]将 Copula 理论应用到金融时间日收益率序列的相关性分析上,得到 2 个收益率序列间的相关性及各自最合适的 Copula 函数;袁洪等^[5-6]基于 Copula 模型研究了上证综指和深证综指之间的尾部相关性,得出沪深股市间具有明显的杠杆效应并提出了基于 Copula 尾部相关性的股票交易策略;Patton^[7]给出了多变量时间序列预测的 Copula 方法;Moknik 等^[8]在研究国际股票市场之间的关系时使用长记忆广义自回归条件异方差-学生 t 分布(generalized autoregressive conditional heteroskedasticity-student's t -distribution,GARCH- t)模型对边际分布建立模型,提供了更准确的多元市场风险估计方法;卢金荣^[9]在对沪深 300 指数日收益率序列进行拟合时引入了 GARCH 模型族,得出残差基于广义误差分布(generalized error distribution,GED)的拟合效果最好,指数广义自回归条件异方差(exponent generalized autoregressive conditional heteroskedasticity,EGARCH)比其他模型的拟合效果更佳。2001 年,Patton^[10]首次提出时变 Copula 模型,之后被用于测度股指现货高频价格的相依结构^[11],用于估计股市间的尾部极值动态相关系数^[12]及用时变马尔科夫链蒙特卡洛采样(Markov chain Monte Carlo,MCMC)算法对时变 Copula-GARCH- t 模型进行参数估计^[13];Emmanuel 等^[14]选择了多个时变 Copula 函数对全球六大洲的 10 个主要经济体的股票指数之间的相依关系进行拟合,得出时变正态 Copula 函数的拟合效果最好;薛健等^[15]基于时变 t -Copula 函数对期货现货动态相依关系进行分析,得出上海原油期货与国内外具有代表性的原油现货之间存在着不同的相依关系,而且都呈现出显著的时变波动特点;杨湘豫等^[16]分别利用常系数 Copula 和时变 Copula 模型对基金收益率的相依关系进行比较分析,得出时变 Copula 模型要优于常系数 Copula 模型。

综观国内外现有研究成果,对国内金融资产间的相关性研究较多,对 A 股、港股和美股三者之间相关性的研究较少。基于此,本研究选取上证指数、深证成指、香港恒生指数(以下简称恒生指数)和美国道琼斯指数(以下简称道琼斯指数),利用时变 Copula 模型对其两两间的相关性进行分析,并将 GARCH 模型族(GARCH、门限广义自回归条件异方差(threshold generalized autoregressive conditional heteroskedasticity,TGARCH)、EGARCH)与时变 Copula 函数相结合,根据赤池信息准则(Akaike information criterion,AIC),选取 AIC 统计值更小的 GARCH 模型建立边缘分布模型,使边缘分布更合理更准确。

1 时变 Copula 函数介绍

1.1 时变 Copula 函数的定义

时变 Copula 函数也称为条件 Copula 函数,主要指参数随着时间而变化的 Copula 模型。如果一个

Copula 函数具有以下性质:

$$1) C(u, 0|F) = C(0, v|F) = 0, C(u, 1|F) = u, C(1, v|F) = v;$$

$$2) \text{ 对任意的 } 0 \leq u_1 \leq u_2 \leq 1, 0 \leq v_1 \leq v_2 \leq 1, \text{ 有}$$

$$V([u_1, u_2] \times [v_1, v_2] | F) = C(u_2, v_2 | F) - C(u_2, v_1 | F) - C(u_1, v_2 | F) + C(u_1, v_1 | F) \geq 0,$$

则称之为条件 Copula 函数。\$H(x_1, x_2, \dots, x_n | F)\$ 为变量 \$X\$ 的条件联合分布, 有

$$H(x_1, x_2, \dots, x_n | F) = C(G_1(x_1 | F), G_2(x_2 | F), \dots, G_n(x_n | F) | F)。$$

1.2 常见的二维时变 Copula 函数

1.2.1 时变正态 Copula 函数

时变正态 Copula 函数的表达式为

$$C_N(u, v; \rho_t) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho_t^2}} \exp\left\{-\frac{s^2 - 2\rho_t st + t^2}{2(1-\rho_t^2)}\right\} ds dt。$$

参数演化方程为

$$\rho_t = \Lambda\left[\omega + \beta\rho_{t-1} + \frac{\alpha}{q} \sum_{i=1}^q \Phi^{-1}(u_{t-i})\Phi^{-1}(v_{t-i})\right]。 \quad (1)$$

式(1)中: \$\Lambda(x) = \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}\$ 为修正函数, 这是为了确保相关系数 \$\rho_t \in (-1, 1)\$。

1.2.2 时变旋转 Gumbel Copula 函数

时变旋转 Gumbel Copula 函数的表达式为

$$C_{RG}(u, v; \rho_t) = \exp\left\{-\left\{[-\ln(1-u)]^{\rho_t} + [(-\ln(1-v))^{\rho_t}]\right\}^{\frac{1}{\rho_t}}\right\}。$$

参数演化方程为

$$\rho_t = \Lambda\left(\omega + \beta\rho_{t-1} + \frac{\alpha}{q} \sum_{i=1}^q |u_{t-i} - v_{t-i}|\right)。 \quad (2)$$

式(2)中: \$\rho_t \in (-1, 1)\$; \$\Lambda(x) = \frac{1}{1+x^2}\$ 为修正函数。

1.2.3 时变对称 Joe-Clayton Copula 函数

时变对称 Joe-Clayton Copula(SJC-Copula)函数的表达式为

$$C_{SJC}(u, v; \tau_t^U, \tau_t^L) = \frac{1}{2}[C_{JC}(u, v; \tau_t^U, \tau_t^L) + C_{JC}(1-u, 1-v; \tau_t^U, \tau_t^L) + u + v - 1]。 \quad (3)$$

式(3)中: \$C_{JC}\$ 为 Joe-Clayton Copula 函数的分布函数且

$$C_{JC}(u, v; \tau_t^U, \tau_t^L) = 1 - \left\{1 - \left\{[1 - (1-u)^\kappa]^{-\gamma} + [1 - (1-v)^\kappa]^{-\gamma} - 1\right\}^{-\frac{1}{\gamma}}\right\}^{\frac{1}{\kappa}}, \quad (4)$$

式(4)中: \$\kappa = \frac{1}{\log_2(2-\tau_t^U)}\$; \$\gamma = -\frac{1}{\log_2 \tau_t^L}\$; \$\tau_t^U\$ 为上尾相关系数; \$\tau_t^L\$ 为下尾相关系数; 参数演化方程为

$$\tau_t^U = \Lambda\left(\omega^U + \beta^U \tau_{t-1}^U + \frac{\alpha^U}{q} \sum_{i=1}^q |u_{t-i} - v_{t-i}|\right); \tau_t^L = \Lambda\left(\omega^L + \beta^L \tau_{t-1}^L + \frac{\alpha^L}{q} \sum_{i=1}^q |u_{t-i} - v_{t-i}|\right)。 \quad (5)$$

式(5)中: \$\Lambda(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}\$ 为修正函数。

2 模型介绍

在研究上证指数、深证成指、恒生指数和道琼斯指数收益率序列相依关系时分别用到了自回归移动取平均-广义自回归条件异方差-学生 \$t\$ 分布-Copula (autoregressive moving average-generalized autoregressive conditional heteroskedasticity-student's \$t\$-Copula, ARMA-GARCH-\$t\$-Copula) 模型和自回归移动取平均-指数广义自回归条件异方差-学生 \$t\$ 分布-Copula (autoregressive moving average-exponent generalized autoregressive conditional heteroskedasticity-student's \$t\$-Copula, ARMA-GARCH-\$t\$-Copula) 模型。

2.1 ARMA-GARCH- t -Copula 模型

ARMA-GARCH- t -Copula 模型的表达式为

$$\begin{cases} y_{nt} = \sum_{i=1}^{p_n} \phi_{ni} y_{n,t-i} + \varepsilon_{nt} + \sum_{j=1}^{q_n} \theta_{nj} \varepsilon_{n,t-j}, n = 1, 2, t = 1, 2, \dots, T; \\ \varepsilon_{nt} = h_{nt}^{\frac{1}{2}} \xi_{nt}; \\ h_{nt} = \omega_n + \sum_{i=1}^{q_n} \alpha_{ni} \varepsilon_{n,t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p_n} \beta_{ni} h_{n,t-i}; \\ (\xi_{1t}, \xi_{2t}) \sim C_t[T_1(\xi_{1t}), T_2(\xi_{2t})]. \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中: C_t 为任意一个二元 Copula 函数; ξ_{1t} 、 ξ_{2t} 为服从均值是 0、方差是 1 的正规化 t 分布; T_1 、 T_2 分别为正规化 t 分布函数。

2.2 ARMA-EGARCH- t -Copula 模型

ARMA-EGARCH- t -Copula 模型的表达式为

$$\begin{cases} y_{nt} = \sum_{i=1}^{p_n} \phi_{ni} y_{n,t-i} + \varepsilon_{nt} + \sum_{j=1}^{q_n} \theta_{nj} \varepsilon_{n,t-j}, n = 1, 2, t = 1, 2, \dots, T; \\ \varepsilon_{nt} = h_{nt}^{\frac{1}{2}} \xi_{nt}; \\ \ln h_{nt} = \omega_n + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{ni} g_n(\xi_{n,t-i}) + \sum_{j=1}^{q_n} \beta_{nj} \ln h_{n,t-j}; \\ (\xi_{1t}, \xi_{2t}) \sim C_t[T_1(\xi_{1t}), T_2(\xi_{2t})]; \\ g_n(\xi_{nt}) = \theta_n \xi_{nt} + \gamma_n(|\xi_{nt}| - E[|\xi_{nt}|]). \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中: g_n 满足 $E_{t-1}[g_n(\xi_{nt})] = 0$ 。

3 实证分析

3.1 数据的选取及预处理

为了保证数据的平稳性、遍历性,本研究选取上证指数、深证成指、恒生指数和道琼斯指数 2015 年 1 月 5 日至 2020 年 11 月 17 日的每日收盘价作为原始数据,以 P_t 表示每日的收盘价,收益率定义为 $R_t = 100 \times \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$,数据来源于英为财经。由于各地的节假日有所不同,造成股市开盘日有所差异,因此对收盘价求对数收益率以后将存在缺失数据的日期进行剔除,最终得到 1 358 组收盘价数据和 1 357 组收益率数据。

对上证指数、深证成指、恒生指数和道琼斯指数的收益率序列做描述性统计,样本收益率序列的描述性统计结果见表 1,偏度均小于 0,且峰值都大于 3,因此这 4 个变量的分布具有左偏、尖峰的特点。

表 1 样本收益率序列的描述性统计结果

Table 1 Descriptive statistical results of sample returns series

样本	样本数	均值	最大值	最小值	标准差	偏度	峰度
上证指数	1 357	0.009 40	5.603 61	-8.872 91	1.471 29	-1.113 10	9.994 88
深证成指	1 357	0.021 09	6.254 19	-8.824 50	1.762 54	-0.954 36	7.272 04
恒生指数	1 357	0.006 80	4.925 00	-6.018 29	1.176 03	-0.375 59	5.587 41
道琼斯指数	1 357	0.040 52	10.764 33	-13.841 81	1.240 43	-1.364 91	28.264 81

3.2 收益率序列的检验

对金融时间序列构建模型前,需要对其进行检验。首先选取 Jarque-Bera 检验、Kolmogorov-Smirnov 检验和 Lilliefors 检验法对样本收益率序列进行正态性检验,样本收益率序列正态性检验结果见表 2, h 值均为 1,且 p 值均小于 0.01,表示样本不符合正态分布,因此得出样本收益率序列均不服

从正态分布。

表 2 样本收益率序列正态性检验结果

Table 2 Normality test results of sample returns series

样本	Jarque-Bera 检验		Kolmogorov-Smirnov 检验		Lilliefors 检验	
	h	p	h	p	h	p
上证指数	1	1.000e-03	1	5.447e-16	1	1.000e-03
深证成指	1	1.000e-03	1	6.310e-12	1	1.000e-03
恒生指数	1	1.000e-03	1	1.553e-04	1	1.000e-03
道琼斯指数	1	1.000e-03	1	1.029e-24	1	1.000e-03

在对模型进行拟合之前,选取单位根检验法对样本收益率序列进行平稳性检验,样本收益率序列单位根检验结果见表 3,4 个收益率序列单位根检验结果都小于序列在 1%、5% 和 10% 显著性水平下的临界值,因此可以判定上述收益率均为平稳序列。

表 3 样本收益率序列单位根检验结果

Table 3 Unit root test results of sample returns series

样本	1%置信区间	5%置信区间	10%置信区间	样本 t 统计量	p
上证指数	-3.434 962	-2.863 464	-2.567 844	-34.887 26	0.000 0
深证成指	-3.434 962	-2.863 464	-2.567 844	-34.987 97	0.000 0
恒生指数	-3.434 962	-2.863 464	-2.567 844	-37.602 96	0.000 0
道琼斯指数	-3.434 966	-2.863 466	-2.567 844	-24.722 97	0.000 0

除了检验正态性、平稳性之外,还要检验序列的相关性,图 1 为上证指数、深证成指、恒生指数、道琼斯指数收益率序列的自相关图,样本序列的自相关系数都在 2 倍的标准差以内,所以得出 4 个收益率序列具有自相关性。

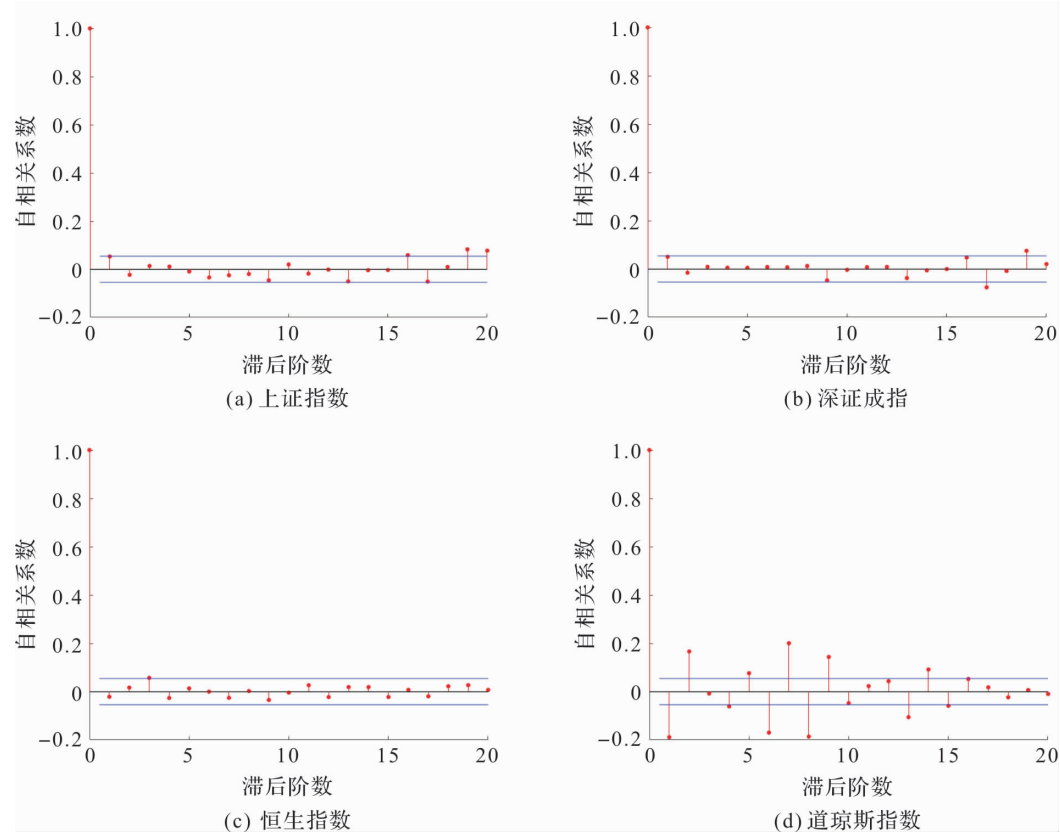


图 1 样本收益率序列的自相关图

Fig. 1 Autocorrelation plot of the collected sample returns series

3.3 ARMA 模型的选择

通过以上检验得出,上证指数、深证成指、恒生指数和道琼斯指数的收益率序列通过了正态性、平稳性及自相关性检验,接下来对其进行 ARMA 模型刻画,并用 AIC 值来判断最优模型。样本收益率序列 ARMA 模型的 AIC 值见表 4,选择 AIC 值最小的 ARMA 模型,最终确定了上证指数 ARMA(2,2)、深证成指 ARMA(0,1)、恒生指数 ARMA(0,0)和道琼斯指数 ARMA(1,2)为样本收益率序列的均值方程。

表 4 样本收益率序列 ARMA 模型的 AIC 值

Table 4 AIC value of ARMA model of sample returns series

样本	上证指数	深证成指	恒生指数	道琼斯指数
ARMA(0,0)	3.610 889	3.972 121	3.162 903	3.269 532
ARMA(1,0)	3.610 264	3.971 413	3.164 117	3.235 158
ARMA(0,1)	3.609 372	3.970 953	3.163 934	3.243 226
ARMA(1,1)	3.610 265	3.972 487	3.165 445	3.227 249
ARMA(2,0)	3.613 150	3.974 409	3.164 675	3.243 419
ARMA(0,2)	3.611 829	3.973 361	3.164 082	3.239 531
ARMA(1,2)	3.611 016	3.972 562	3.165 256	3.213 747
ARMA(2,1)	3.611 525	3.973 228	3.165 672	3.216 794
ARMA(2,2)	3.608 434	3.972 195	3.165 637	3.240 454

选取自回归条件异方差-拉格朗日乘数 (autoregressive conditional heteroskedasticity-Lagrange multiplier, ARCH-LM) 方法检验 4 个均值过程的异方差性,样本收益率序列 ARMA 过程 ARCH-LM 检验结果见表 5,ARCH-LM 检验结果的 p 值均小于 1% 的显著性水平,因此收益率去均值化的序列具有明显的 ARCH 效应。

3.4 GARCH 模型的选择

分别构造 GARCH 模型族来刻画上证指数收益率序列 ARMA(2,2)模型、深证成指 ARMA(0,1)模型、恒生指数 ARMA(0,0)模型和道琼斯指数 ARMA(2,2)模型的波动情况,然后通过 AIC 信息准则及参数估计结果的显著性来选择最优 GARCH 模型。

以上证指数为例,分别构造基于 GARCH 及其 2 个衍生模型 TGARCH 和 EGARCH 对正态分布、 t 分布、GED 分布来刻画上证指数收益率序列 ARMA(2,2)模型。为了防止产生过拟合现象,选取 GARCH(1,1)模型对收益率的波动性进行分析,GARCH(1,1)模型的均值方程和方差方程如下:

$$l_t = \alpha_0 + u_t;$$

$$\delta_t^2 = \beta_0 + \beta_1 u_{t-1}^2 + \beta_2 \delta_{t-1}^2。$$

基于残差分别为正态分布、 t 分布和 GED 分布的上证指数收益率 ARMA(2,2)-GARCH(1,1)模型的参数估计结果见表 6。

表 6 上证指数收益率 ARMA(2,2)-GARCH(1,1)模型的参数估计结果

Table 6 Parameter estimation results of ARMA(2,2)-GARCH(1,1) model of returns on Shanghai Composite Index

参数	正态分布	t 分布	GED 分布
α_0	0.023 080(0.287 5)	0.054 716(0.006 5***)	0.059 196(0.004 1***)
β_0	0.008 525(0.002 4***)	0.012 200(0.018 4**)	0.010 519(0.032 8**)
β_1	0.092 382(0.000 0***)	0.077 783(0.000 0***)	0.075 354(0.000 0***)
β_2	0.912 008(0.000 0***)	0.921 472(0.000 0***)	0.921 206(0.000 0***)

注: * 表示 $p < 0.05$,有差异;**表示 $p < 0.01$,差异显著;***表示 $p < 0.001$,差异极显著。下同。

表 5 样本收益率序列 ARMA 过程 ARCH-LM 检验结果

Table 5 Test results of ARCH-LM process of sample returns series ARMA

样本	F 统计量	p
上证指数	68.942 4	0.000 0
深证成指	49.183 7	0.000 0
恒生指数	58.828 1	0.000 0
道琼斯指数	239.891 2	0.000 0

TGARCH(1,1)模型的条件方差设定如下:

$$\delta_t^2 = \beta_0 + \beta_1 u_{t-1}^2 + \beta_2 u_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta_3 \delta_{t-1}^2。$$

基于残差分别为正态分布、 t 分布和 GED 分布的上证指数收益率 ARMA(2,2)-TGARCH(1,1)模型的参数估计结果见表 7。

表 7 上证指数收益率 ARMA(2,2)-TGARCH(1,1)模型的参数估计结果

Table 7 Parameter estimation results of ARMA(2,2)-TGARCH(1,1) model of returns on Shanghai Composite Index

参数	正态分布	t 分布	GED 分布
β_0	0.008 156(0.003 4**)	0.012 377(0.015 9**)	0.010 536(0.032 6**)
β_1	0.097 221(0.000 0***)	0.067 431(0.001 6***)	0.073 964(0.000 3***)
β_2	-0.010 079(0.316 6)	0.016 160(0.520 5)	0.004 798(0.830 8)
β_3	0.912 798(0.000 0***)	0.922 708(0.000 0***)	0.920 222(0.000 0***)

EGARCH(1,1)模型条件方差设定如下:

$$\ln \delta_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \left| \frac{u_{t-1}}{\delta_{t-1}} \right| + \beta_2 \frac{u_{t-1}}{\delta_{t-1}} + \beta_3 \ln \delta_{t-1}^2。$$

基于残差分别为正态分布、 t 分布和 GED 分布的上证指数收益率 ARMA(2,2)-EGARCH(1,1)模型的参数估计结果见表 8。

表 8 上证指数收益率 ARMA(2,2)-EGARCH(1,1)模型的参数估计结果

Table 8 Parameter estimation results of ARMA(2,2)-EGARCH(1,1) model of returns on Shanghai Composite Index

参数	正态分布	t 分布	GED 分布
β_0	-0.138 169(0.000 0***)	-0.120 807(0.000 0***)	-0.126 771(0.000 0***)
β_1	0.197 394(0.000 0***)	0.174 889(0.000 0***)	0.177 918(0.000 0***)
β_2	-0.007 228(0.342 6)	-0.024 846(0.211 5)	-0.018 080(0.321 4)
β_3	0.990 384(0.000 0***)	0.989 487(0.000 0***)	0.989 505(0.000 0***)

AIC 值最小的模型被优先选取可以有效避免出现过度拟合的情况,表 9 给出了上证指数 ARMA(2,2)-GARCH(1,1)模型族的 AIC 统计量,其中 AIC 值最小的为 ARMA(2,2)-EGARCH(1,1)模型的 t 分布,但由于这个模型进行参数估计时在 3 种显著性检验水平下均不显著,因此选择 AIC 值为 3.034 231 的 ARMA(2,2)-GARCH(1,1)- t 模型。

类似于上证指数 GARCH 模型族的选取方法,最终得到深证成指、恒生指数和道琼斯指数的收益率序列最优边缘分布模型,见表 10。

表 9 上证指数 ARMA(2,2)-GARCH(1,1)

模型族的 AIC 统计量

Table 9 AIC statistics of Shanghai Composite Index

ARMA(2,2)-GARCH(1,1) model family

模型	正态分布	t 分布	GED 分布
GARCH(1,1)	3.175 214	3.034 231	3.039 783
TGARCH(1,1)	3.176 479	3.037 149	3.043 098
EGARCH(1,1)	3.177 561	3.033 351	3.039 840

表 10 收益率序列最优边缘分布模型

Table 10 Optimal edge distribution model for returns series

样本	模型
上证指数	ARMA(2,2)-GARCH(1,1)- t
深证成指	ARMA(0,1)-EGARCH(1,1)- t
恒生指数	ARMA(0,0)-EGARCH(1,1)- t
道琼斯指数	ARMA(1,2)-EGARCH(1,1)- t

由于 Copula 模型要求变量的边缘分布要服从(0,1)上的均匀分布,在进行 Copula 建模之前应先采用概率积分变换来处理收益率序列的标准化残差序列。图 2 为样本收益率序列标准化残差 Q 分位数 (quantile-quantile, Q-Q) 图,图中大部分点均在一条直线上,符合(0,1)上的均匀分布,这表明边缘分布构建合适。

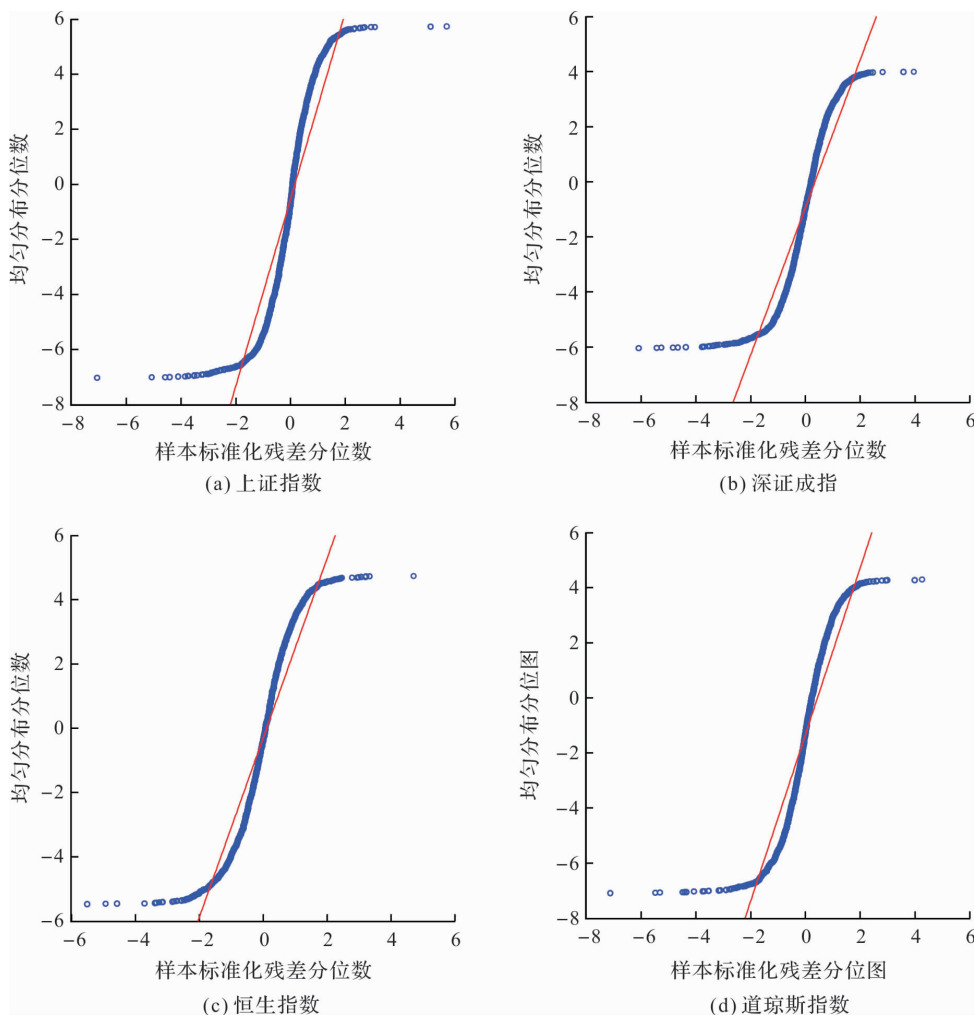


图 2 样本收益率序列标准化残差 Q-Q 图

Fig. 2 Q-Q of standard residual for sample returns series

3.5 Copula 函数的选择

本研究选择正态 Copula、旋转 Gumbel Copula 和 SJC-Copula 3 种常系数 Copula 函数及这 3 种 Copula 各自的时变函数分别对上证指数和恒生指数收益率的相依关系进行参数估计,结果见表 11~12,表中结果显示无论是常系数 Copula 函数还是时变 Copula 函数,均是 SJC-Copula 函数的 AIC 值最小,其次是旋转 Gumbel Copula 函数和正态 Copula 函数。图 3 给出了上证指数与恒生指数常系数 Copula 函数与时变 Copula 函数参数估计对比,根据 AIC 值最小原则,得出时变 SJC-Copula 函数拟合结果最优。对比表 11~12 中常系数 Copula 函数和时变 Copula 函数的 AIC 值可知,时变 Copula 模型的预测能力和刻画能力要优于常系数 Copula 模型。

表 11 上证指数与恒生指数常系数 Copula 函数参数估计结果

Table 11 Parameter estimation results of constant Copula function of Shanghai Composite Index and Hang Seng Index

模型	参数	估计值	AIC
正态 Copula	ρ	0.573 7	-540.840 2
旋转 Gumbel Copula	α	1.591 6	-545.991 6
SJC-Copula 上尾	τ_i^U	0.299 6	-560.563 1
SJC-Copula 下尾	τ_i^L	0.436 2	-560.563 1

表 12 上证指数与恒生指数时变 Copula 函数参数估计结果

模型	ω	β	α	AIC
时变正态 Copula	-0.254 0	0.041 8	2.689 9	-550.290 6
时变旋转 Gumbel Copula	-0.063 7	0.547 6	-0.190 7	-559.427 4
时变 SJC-Copula 上尾	0.254 0	-2.676 9	0.198 8	-572.066 1
时变 SJC-Copula 下尾	3.318 9	-1.700 7	-1.500 7	-572.066 1

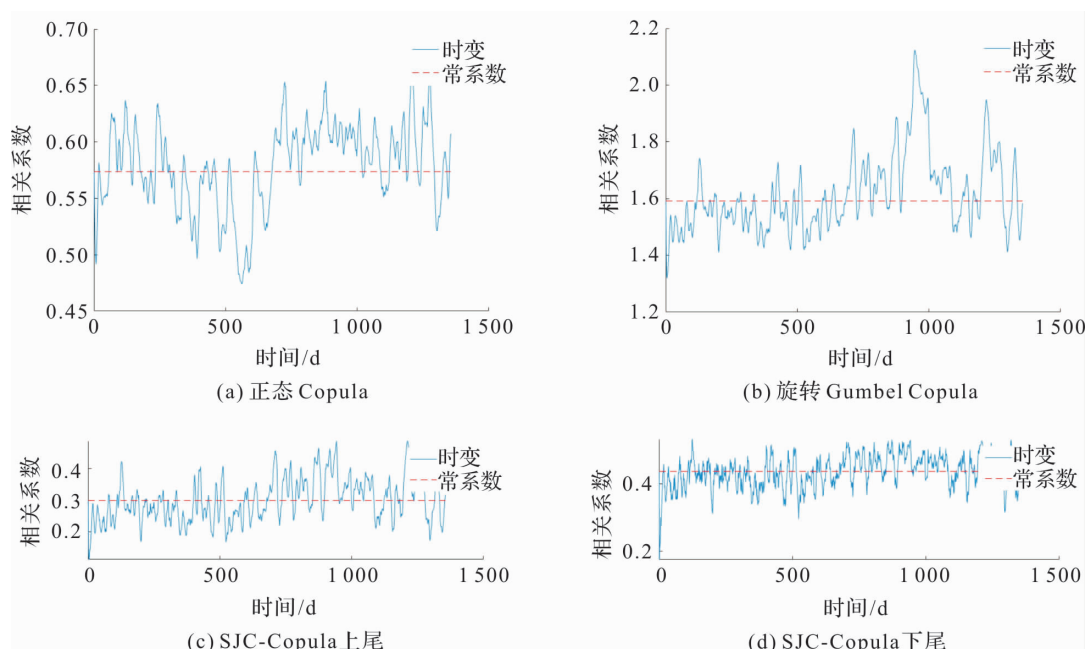
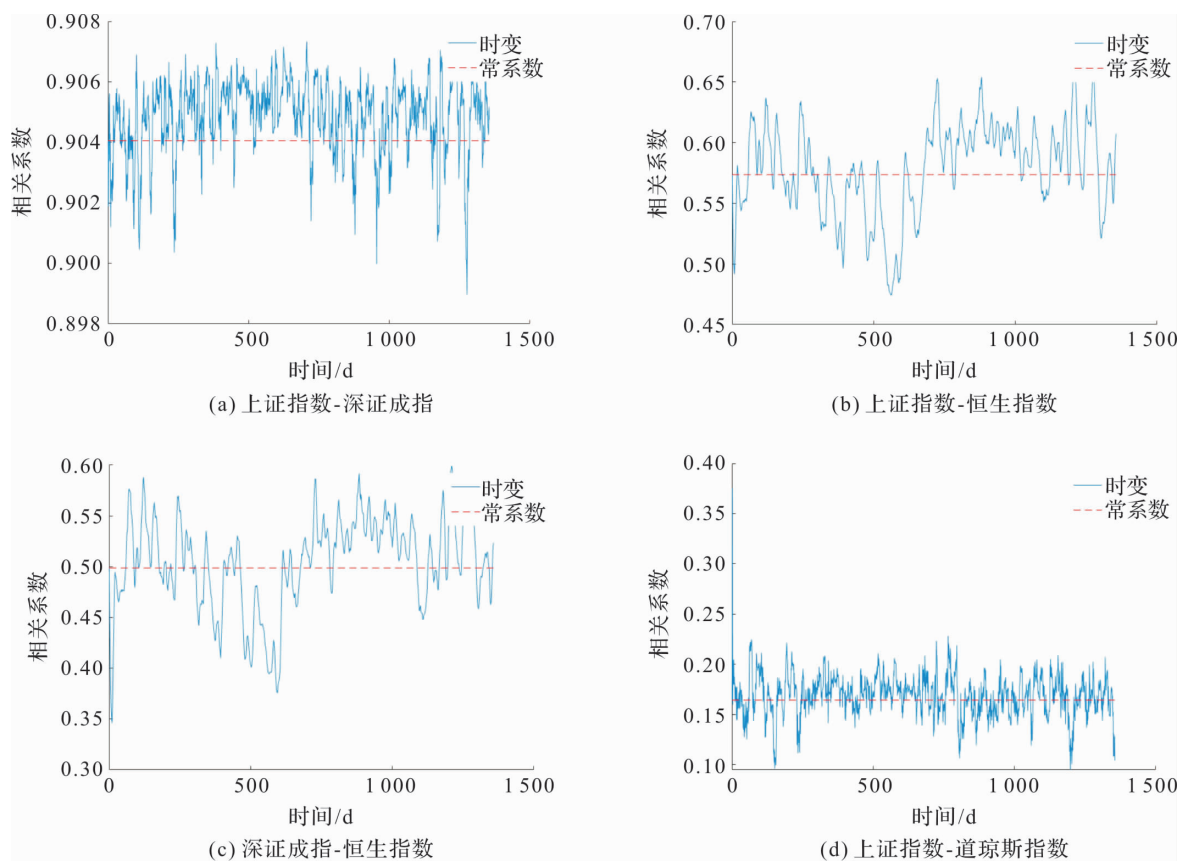


图 3 上证指数与恒生指数常系数 Copula 函数与时变 Copula 函数参数估计对比

Fig. 3 Parameter estimation comparison of constant coefficient Copula function and time-varying Copula function between Shanghai Composite index and Hang Seng index

正态 Copula 模型的相关系数越接近于 1 则相关性越强,图 4 为上证指数、深证成指、恒生指数和道琼斯指数 4 个样本间正态 Copula 函数的常系数与时变参数估计,从中可以得到的主要结论如下:

1) 上证指数和深证成指相关性较强,静态相关系数均接近 0.9,动态相关系数在 0.9 附近波动,沪、深两市由于具有相似的政治、经济环境而被紧密地联系在一起,因此股票市场具有较强的相关性。



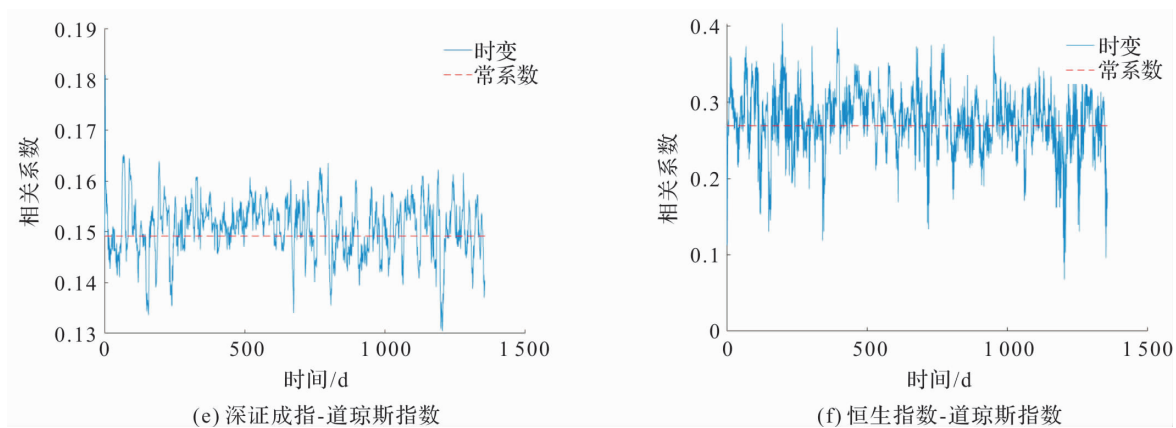


图4 样本间正态 Copula 函数的常系数与时变参数估计

Fig. 4 Constant and time-varying parameter estimation of normal Copula function between samples

2) 上证指数和深证成指与恒生指数的静态相关系数均接近 0.5,动态相关系数在 0.5 上下波动,但由于上证指数与恒生指数的相关系数略大于深证成指与恒生指数的相关系数,故上证指数与恒生指数的相依性要强于深证成指与恒生指数之间的相依性。由于“一国两制”,恒生指数与上证指数、深证成指的相关关系并没有上证指数和深证成指的相关性强。

3) 上证指数与道琼斯指数的静态相关系数略大于 0.15,深证成指与道琼斯指数的静态相关系数略小于 0.15,动态相关系数均在 0.15 附近波动,相比之下上证指数与道琼斯指数的动态相关系数波动更小,因此与深证成指相比,上证指数与道琼斯指数的相关性更强。

4) 恒生指数与道琼斯指数的静态相关系数为 0.27,介于 A 股与美股(0.15)和 A 股与港股(0.5)之间,香港作为国际金融中心,港股与美股的联系比 A 股与美股的联系更紧密,因此港股与美股市场之间更容易互相影响。

4 结 语

本研究引入时变 Copula 模型与常系数 Copula 模型相比较,将 ARMA-GARCH 模型族与时变 Copula 函数相结合,为研究 A 股、港股和美股股指间的相依结构测度提供了一定的方法。随着现代金融体系的发展,可以根据金融市场动态变化构造时变 Copula 函数来测度金融市场的相依关系,以便为度量和防范金融风险提供参考。

参考文献:

- [1] NELSEN R B. An introduction to Copulas[M]. New York: Springer, 2006.
- [2] 韦艳华,张世英. 金融市场的相关性分析: Copula-GARCH 模型及其应用[J]. 系统工程, 2004(4): 9.
- [3] 叶五一,李磊,缪柏其. 高频连涨连跌收益率的相依结构以及 CVaR 分析[J]. 中国管理科学, 2013, 21(1): 11.
- [4] 刘喜波,王增,谷艳华. 基于 Copula 模型的沪深股市日收益率的相关性研究[J]. 数学的实践与认识, 2015, 45(11): 104-105.
- [5] 袁洪. 基于 Copula 模型的沪深股市相依关系研究[J]. 金融理论与教学, 2017(5): 37.
- [6] 张凯,魏子凯. 基于 Copula 函数尾部相关性的股票交易策略[J]. 统计与决策, 2014(16): 58.
- [7] PATTON A J. Chapter 16-Copula methods for forecasting multivariate time series[J]. Handbook of Economic Forecasting, 2013(2): 945.
- [8] MOKNIK K, MANSOURI F. Conditional dependence between international stock markets: a long memory GARCH-Copula model approach[J]. Journal of Multinational Financial Management, 2017, 42/43: 116.
- [9] 卢金荣. 股市风险的 VaR 与 CVaR 度量模型比较研究[J]. 西南石油大学学报(社会科学版), 2019, 21(3): 23-24.
- [10] PATTON A J. Modeling time-varying exchange rate dependence using the conditional copula[J]. SSRN Electronic Journal, 2001, 37: 98.

- [11] 谢赤,龙瑞,曾志坚.基于时变 Copula 的沪深 300 股指期货现货高频价格相依结构测度[J].系统工程,2016,34(8):28.
- [12] 于文华,魏宇,岳焱.次贷危机对亚洲股市尾部极值风险传导的影响研究[J].预测,2013,32(3):16.
- [13] 傅强,彭选华.基于 MCMC 算法的时变 Copula-GARCH- t 模型参数估计及应用[J].数量经济技术经济研究,2011,28(7):103.
- [14] EMMANUEL A, SARALEES N, STEPHEN C. A statistical analysis of global economies using time varying Copulas[J]. Computational Economics,2021,58:1167.
- [15] 薛健,郭万山.上海原油期货国际化定价能力研究:基于时变 t-copula 模型的期现货动态相依关系分析[J].上海经济研究,2020(7):87.
- [16] 杨湘豫,郑远煌.基于时变 Copula 模型的基金收益率相依关系的应用研究[J].经济数学,2020,37(2):13-14.

(上接第 78 页)

- [9] BRONFENBRENER L, BRONFENBRENER R. A temperature behavior of frozen soils field experiments and numerical solution[J]. Cold Regions Science and Technology,2012,79:89.
- [10] 赵彬.地铁区间冷冻法联络通道融沉注浆施工技术探讨[J].现代城市轨道交通,2020(3):48.
- [11] 毕欣.盾构区间联络通道冷冻法施工技术[J].城市住宅,2020,27(5):205.
- [12] 朱劲锋,廖鸿雁,袁守谦,等.并联式泥水/土压双模式盾构施工技术与冷冻刀盘开舱技术的创新与实践[J].隧道建设(中英文),2019,39(7):1188.
- [13] 高建强,白瑞强,马勤国.非饱和粗颗粒土体的冻结试验研究[J].冰川冻土,2018,40(1):95.
- [14] 李锐阳.深厚冲积层人工冻土水热迁移试验研究[D].淮南:安徽理工大学,2017:86.
- [15] 韩建泽.人工冻结海相软土冻胀特性研究[D].徐州:中国矿业大学,2017:65.
- [16] 李锐阳.浅谈冻结法施工技术在建筑工程中的应用[J].四川建材,2016,42(8):217.
- [17] 王永涛,王大雁,郭妍,等.青藏粉土单向冻结冻胀率变化特性研究[J].冰川冻土,2016,38(2):411.
- [18] 高娟,冯梅梅,高乾.地铁联络通道冻结施工的热-流-固 (THM) 耦合分析[J].冰川冻土,2013,35(4):96.

启 事

为适应我国信息化建设的需要,扩大作者学术交流渠道,本刊已加入《中国学术期刊(光盘版)》《中国期刊网》全文数据库和《万方数据——数字化期刊群》《中文科技期刊数据库》《中国科技论文在线》《超星期刊域出版平台》《国家哲学社会科学学术期刊数据库》《台湾华艺 CEPS 中文电子期刊》等,并被俄罗斯《文摘杂志》(AJ)、美国《化学文摘》(CA)、美国《剑桥科学文摘》(CSA)、美国《乌利希国际期刊指南》(UPD)收录,是人大《复印报刊资料》和《电子科技文摘》转载源刊,作者著作权使用费随本刊稿酬一次性给付。如果作者不同意将文章编入有关数据库,请在来稿时声明,本刊将作适当处理。